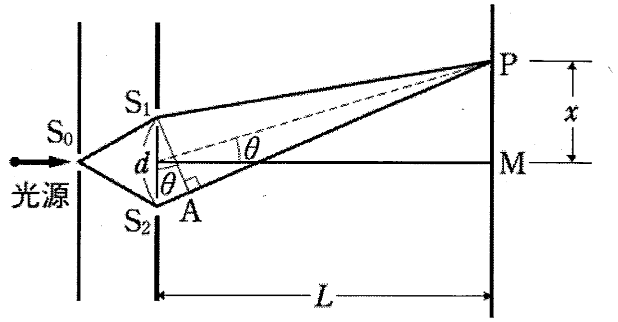
光の干渉の要点確認　for 1/18 小テスト

1　図のようなヤングの実験の装置がある。



　スリット S_1 と S_2 の間隔を d，スリットとスクリーンの間の距離を L とする。また，点Aは S_1 から S_2P に引いた垂線の交点である。スリット S_0 から出る光の波長を λ とする。スクリーン上で点 O から距離 x だけ離れた点を P とするとき，距離 S_1P は［ア］，距離 S_2P は［イ］となる。ここで，x や d に比べて l が十分大きいとする。｜α｜が1に比べて十分小さい場合に成立する近似式

$\sqrt{1+\alpha}=(1+\alpha)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq 1+\dfrac{\alpha}{2}$ を使うと，［ア］≒［ウ］，［イ］≒［エ］となる。よって、S_2P と S_1P の光路差は［~~ウ~~ エ］－［~~エ~~ ウ］＝［オ］となる。

三平方の定理より

$$ア\ \sqrt{L^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2}=L\left(1+\frac{1}{L^2}\left(x-\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq L\left(1+\frac{1}{2L^2}\left(x-\frac{d}{2}\right)^2\right)=L+\frac{1}{2L}\left(x^2-dx+\frac{d^2}{4}\right)$$

$$イ\ \sqrt{L^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2}=L\left(1+\frac{1}{L^2}\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}\fallingdotseq L\left(1+\frac{1}{2L^2}\left(x+\frac{d}{2}\right)^2\right)=L+\frac{1}{2L}\left(x^2+dx+\frac{d^2}{4}\right)$$

よって，$\dfrac{dx}{2L}-\left(-\dfrac{dx}{2L}\right)=\dfrac{dx}{L}$ //

　別の方法で［オ］を求めてみよう。d が L に比べて十分小さいとすると，図から，経路差は d，θ を用いて，［カ］と表すことができる。このとき，θ が十分小さいので，$\sin\theta\fallingdotseq$［キ］＝［ク］が成り立つから，［カ］＝［ケ］となる。

$\tan\theta=\dfrac{x}{L}$

カ．$d\sin\theta$　　カ＝ケ $d\sin\theta=d\dfrac{x}{L}$

※ 光が強めあうとき ⇐ ぬけてました。

　ある点Pで経路差 S_2P-S_1P は m（=0,1,2…）と λ を用いて［コ $m\lambda$］と表される。光が干渉して強め合う x_m は一般に λ，m，d，L を用いて［サ］で表される。したがって，隣りあう明線の間隔 Δx は λ，d，L を用いて［シ］で表される。

$\dfrac{dx}{L}=m\lambda$　　$x_m=\dfrac{L\lambda}{d}\cdot m$　　$\Delta x=x_{m+1}-x_m=\dfrac{L\lambda}{d}(m+1)-\dfrac{L\lambda}{d}\cdot m=\dfrac{L\lambda}{d}$

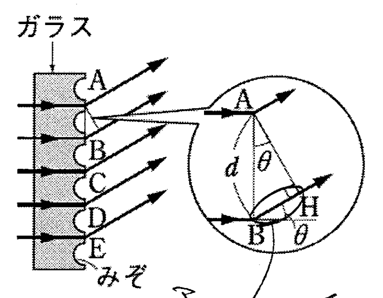
　この装置全体を屈折率 n の液体で満たすと、光路差［オ］は［ス］倍になるので、隣り合う明線の間隔 $\Delta x'$ は［セ］となる。（※波長が $1/n$ 倍になるから、と考えることも可能。）

$\dfrac{dx}{L}\rightarrow n\cdot\dfrac{dx}{L}$
経路差　光路差

強めあう条件は，$n\cdot\dfrac{dx}{L}=m\lambda$　　$x'_m=\dfrac{L\lambda}{dn}\cdot m$

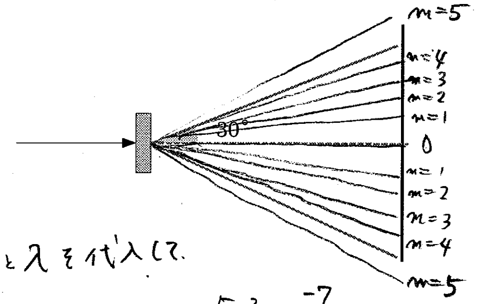
$\Delta x'=x'_{m+1}-x'_m=\dfrac{L\lambda}{dn}(m+1)-\dfrac{L\lambda}{dn}m=\dfrac{L\lambda}{dn}$ //

2　図に示すように，ガラス板の表面に多数の細いみぞを等間隔に刻み，その裏面から面に垂直に平行光線を入射させる。そして，ガラス面の法線と角 θ をなす方向に進む光について考える。みぞの間隔を d としたとき，みぞとみぞの間の隣りあう2点AとBから出た光の光路差は［ア］である。光の波長を λ とすると，［ア］＝［イ］（m=0，1，2，…）の条件が満たされるとき，2つの光は強めあう。このとき，A，Bだけでなく，C，Dなどからの光も強めあうので，上の条件を満たす方向に強い光が出てくる。



ア　　イ
$d\sin\theta=m\lambda$

(2)1.0cm あたり2000本の溝のある回折格子の格子定数はいくらか。この回折格子に波長 5.3×10^{-7}m の光を垂直に入射した時、図のように回折格子の中央から 30° の範囲にみられる明るい点の数は何個か。

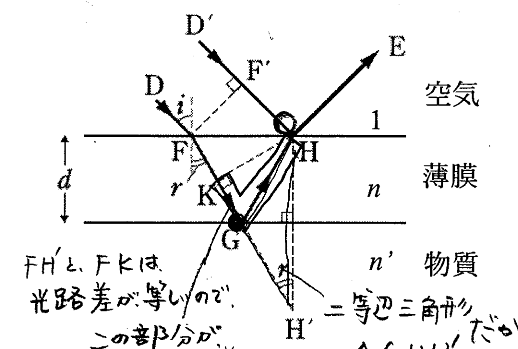


格子定数
$d=\dfrac{1.0\times10^{-2}}{2000}=5.0\times10^{-6}$（m）

$d\sin\theta=m\lambda$　　d と λ を代入して
$\Leftrightarrow\ \sin\theta=\dfrac{\lambda}{d}\times m=\dfrac{5.3\times10^{-7}}{5\times10^{-6}}\times m$
（角度を知りたいので）

より，$\sin\theta=0.106\times m$．　θ が30°の範囲なので $\sin\theta$ は $0\leqq\sin\theta\leqq\dfrac{1}{2}$ であればよく，
これをみたす m は $0,1,2,3,4$
⇒ 図のようになり，9コになる。

3　図のように，屈折率 n' の物質上に厚さ d，屈折率 n（$>n'$）の薄膜がある。波長 λ の光が入射角 i で斜めに入射し，屈折角 r で進む。裏面で反射して D→F→G→H→E の経路をとる光と，表面で反射して D′→F′→H→E の経路をとる2つの光の干渉を考える。波面 FF′ が進んで KH になるので，表面と裏面とでの2つの反射光の経路の差は図中のアルファベットを使うと［ア KG］＋［イ GH］となり，これは線分［ウ KH′］の長さに等しい。［ウ］を d と r で表すと，［エ］となる。加えて、屈折率を考えれば、光路差は［オ］である。このとき、薄膜上面で反射する反射光の位相のずれは【0・π】（そがらみる）であり、薄膜の下面で反射する光の位相のずれは【0・π】（みつからえ）である。



FH′ と FK は光路差が等しいので，この部分が光路差である。
二等辺三角形 △GHH′ だから，GH＝GH′

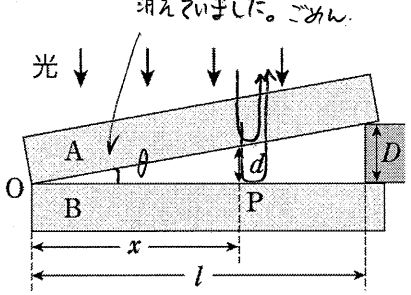
したがって，Eにおいて，干渉により2つの反射光が強めあう条件式は，r，m（＝1,2,3…），λ，d，n，を用いて［カ］のようになる 。また、薄膜を屈折率 n_2（$n'>n_2>1$）のものに交換したとすると、条件式は，r，m（＝1,2,3…），λ，d，n，を用いて［キ］のようになる 。

エ．直角三角形 KH′H に着目すると，$H'K=HH'\cos r$ より，$=2d\cos r$

オ．エ×n より，$2dn\cos r$
カ　$2dn\cos r=\left(m-\dfrac{1}{2}\right)\lambda$

キ．反射点2ヶ所いずれも固定端反射となるので，明暗条件は逆転する。
$2dn\cos\phi=m\lambda$

K H G
K G H′



$\boxed{4}$ 図のように，2 枚の平らなガラス板 A，B を重ね，接点 O から距離 l はなれた位置に，厚さ D の紙をはさむ。真上から波長 λ の光をあてると，明暗の干渉縞が観察された。

点 O から距離 x はなれた点 P における空気層の厚さを d として，次の各問に答えよ。

(1) P の地点を真上から眺めたとき、互いに干渉し合う光の経路を図に書き入れなさい。

(2) P 点における光路差を、d を使って表しなさい。 図より. $2d$

(3) (2)について、d の測定は実際には困難である。光路差を x と θ を用いて表しなさい。

$d = x\tan\theta$ より $2d = 2x\tan\theta$

(4) (3)について、θ の測定も困難である。光路差を x と l と D を用いて表しなさい。

$\tan\theta = \frac{D}{l}$ より $2d = 2x\cdot\frac{D}{l}$

(5) m=0,1,2…とし，反射光が強めあう条件式を x，l，D，m，d，λ を用いて表せ。

$2\frac{Dx}{l} = (m+\frac{1}{2})\lambda$ (A中で自由端 B上面で固定端反射するので)

(6) 明線の間隔 Δx を，l，λ，D を用いて表せ。

$x_m = \frac{l\lambda}{2D}(m+\frac{1}{2})$ $\Delta x = x_{m+1} - x_m$

$= \frac{l\lambda}{2D}((m+1)+\frac{1}{2}) - \frac{l\lambda}{2D}(m+\frac{1}{2}) = \frac{l\lambda}{2D}$

(7) 次の場合について、明線の間隔は大きくなるか、小さくなるか、変わらないか。 屈折率を n とすると、

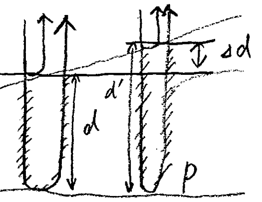
①より厚い紙を挟む ②波長を長いものにする ③ガラスの間を、液体で満たす。

$\Delta x = \frac{l\lambda}{2D}$ より　Dを大　Δxは小　λを大　Δxは大　λが $\frac{\lambda}{n}$ になり，$\Delta x = \frac{l\lambda}{2Dn}$ となる

$n>1$ なら，

Δx は小さくなる．

(8) P 点の隣の明線における空気層の厚さを $d'(>d)$ とする。$\Delta d = d'-d$ は λ の何倍か。



P点の光路差を $l\lambda$ とすると，（l はある整数）

となりの点は $(l-1)\lambda$ である．

よって，2点の光路差の差を λ で表すと $1\cdot\lambda$ である．

図より $2\Delta d = \lambda$ だから，$\Delta d = \frac{\lambda}{2}$

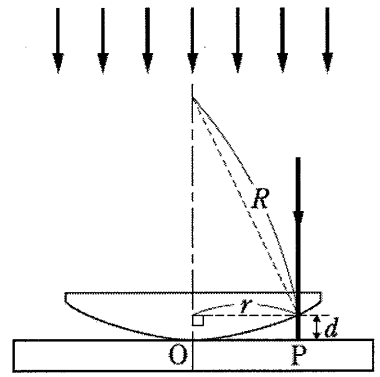
$\boxed{1}$ (ｱ) $\sqrt{L^2+(x-(d/2))^2}$ (ｲ) $\sqrt{L^2+(x+(d/2))^2}$ (ｳ) $L+\frac{1}{2L}(x^2-dx+(d/2)^2)$ (ｴ) $L+\frac{1}{2L}(x^2+dx+(d/2)^2)$

(ｵ) dx/L (ｶ) $d\sin\theta$ (ｷ) $\tan\theta$ (ｸ) x/L (ｹ) dx/L (ｺ) $m\lambda$ (ｻ) $x_m = \frac{L\lambda}{d}\times m$ (ｼ) $\frac{L\lambda}{d}$ (ｽ) n (ｼ) $\frac{L\lambda}{nd}$

$\boxed{2}$ (ｱ) $d\sin\theta$ (ｲ) $m\lambda$ (2) 5.0×10^{-6}(m) 9 個

$\boxed{3}$ (ｱ)KG (ｲ)GH (ｳ)KH' (ｴ) $2d\cos r$ (ｵ) $2nd\cos r$ 【π】【0】(ｶ) $2nd\cos r = (m-1/2)\lambda$

(ｷ) $2nd\cos r = m\lambda$



$\boxed{5}$ 図のように，平面ガラス板の上に球面の半径が R の平凸レンズを置き，その上方から波長 λ の単色光を当てる。このときの反射光を上から観察すると，同心円の縞(しま)模様が見える。ガラス板と平凸レンズの接点 O から r の位置 P での空気層の厚さを d とする。

(1) 位置 P が暗く見えるとき、干渉の条件式を d，λ，m(m=0, 1, 2, …)を用いて表せ。

$2d = m\lambda$

(2) 測定が困難な d を R と r で表す事を考えてみよう。

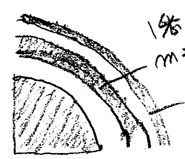
図の R を斜辺とする直角三角形に注目して三平方の定理から関係式を立てると、

$R^2 = r^2 + (R-d)^2 = r^2 + R^2 - 2dR + d^2$

この式を整理することで、

$2d = \frac{r^2}{R} + \frac{d^2}{R}$ を得る。R に比べて d が小さいので、第 2 項は無視できる。よって、P 点の光路差は $\frac{r^2}{R}$ である。

(3) 同心円の中心 O から m 番目の暗環の半径 r を λ，R，m(m=0，1，2，…)を用いて表せ。



$\frac{r^2}{R} = m\lambda \Leftrightarrow r_m = \sqrt{m\lambda R}$

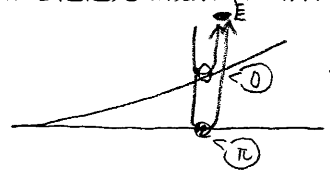
ちなみに，
距離の
順序は変わらない
⇒ 明暗は，そのまま．

(4) 点 O 付近は明るく見えるか，暗く見えるか。 暗い（(3)の $m=0$ のとき）

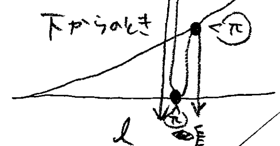
(5) ガラスとレンズの間を屈折率 n の液体で満たしたところ，同心円の縞模様の半径が変化した。このとき，中心 O から m 番目の暗環の半径 r' は，間が空気の場合の m 番目の暗環の半径 r の何倍になるか。ただし，n はガラスの屈折率より小さいものとし，空気の屈折率は 1 とする。

λが $\frac{\lambda}{n}$ となるので，干渉の条件式は $\frac{r^2}{R} = m\cdot\frac{\lambda}{n}$ となる．$r = \sqrt{\frac{m\lambda R}{n}}$ より $\sqrt{\frac{1}{n}}$ 倍

(6) 下から透過光を観察した場合も，同心円の縞模様が見える。反射光の縞模様とどのように違うか。



上から，のときは，
図のように反射で
位相がかわる．



図のようになるので，
明，暗条件は，逆になる。

$\boxed{4}$ (2) $2d$ (3) $2x\tan\theta$ (4) $2xD/l$ (5) $2xD/\cancel{L}\,l = (m+1/2)\lambda$ (6) $\cancel{L}\,l\lambda/2D$ (7)①小②大③小 (8) λ/2

$\boxed{5}$ (1) $2d=m\lambda$ (2) $R^2 = r^2+(R-d)^2$、$2d = \frac{r^2}{R}+\frac{d^2}{R}$ (3) $\sqrt{m\lambda R}$ (4)暗くなる (5) $1/\sqrt{n}$

光路差 $2d$ は変わらないので（上でも下でも）
単純に明暗が
逆になってみえる．

詳解は 1/13 昼 UP 予定