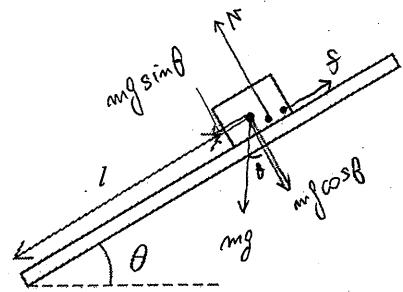


6/5 摩擦・運動方程式テスト予想問題 NANIGADE MASUKATOKIKUMAENIKOREWOYARIMASHO

1 リードα 基本例題 18 一部改変

水平な板の上に質量 m の物体を置く。板の端から物体までの距離は l である。物体と板との間の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' 、重力加速度の大きさを g とする。

- (1) 板をゆっくり傾けていって、角度が θ になったが、物体はすべり動かなかつた。この時の物体に働く摩擦力の大きさ f と垂直抗力の大きさ N を求めなさい。



働く力は図のようになる。力のつり合いより。

$$\text{斜面垂直方向 } N - mg \cos \theta = 0, \quad N = mg \cos \theta$$

$$\text{・ 水平方向 } mg \sin \theta - f = 0 \quad f = mg \sin \theta$$

- (2) 角度が θ の時の最大摩擦力(最大静止摩擦力)の大きさはいくらか。

$$f_0 \text{ とすると } f_0 = \mu N = \mu mg \cos \theta.$$

- (3) 角度を θ_1 にしてみると、物体は滑り下りた。

- ① 下線部に等号や不等号などの記号を書き入れなさい

② (静止摩擦力) \leq (最大摩擦力) なら、
↓余事象です。
↑ 滑らかい。

(注) もし、 θ_1 で静止するときの
 $\theta = \theta_1$ としたとき、(静止摩擦力) $>$ (最大摩擦力) が成り立っている。

- ② 静止摩擦係数が満たすべき条件を、 θ_1 を用いて表しなさい。

① 参考に、 $\theta \rightarrow \theta_1$ だ。

② 参考に $\theta \rightarrow \theta_1$

$$mg \sin \theta_1 > \mu mg \cos \theta_1$$

$$\Leftrightarrow \mu < \frac{\sin \theta_1}{\cos \theta_1} = \tan \theta_1$$

だから、滑るかどうかは、

静止摩擦力と、動摩擦力を別々に求め
その大きさを比較すればいいのです。

- (4) 滑り降りている物体に働く垂直抗力と摩擦力はそれぞれいくらか。

働く力は図のようになり。

$$\text{斜面垂直方向} \text{ つまり } N = mg \cos \theta,$$

$$\text{動摩擦力は } f' = \mu' N = \mu' mg \cos \theta,$$

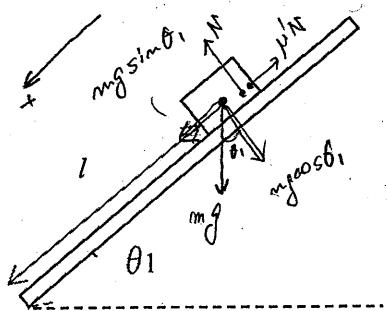
- (5) 滑り降りる物体について、運動方程式を立てよ。

斜面を下る方向を正として、

$$ma = mg \sin \theta_1 - \mu' mg \cos \theta_1$$

- (6) すべり下りるときの加速度 a を求めよ

$$(5) \text{より } a = (\sin \theta_1 - \mu' \cos \theta_1) g$$



- (7) 板の端から l の所に物体が置かれていたとする。滑り降りた(板の端に達した)

物体の速さはいくらか。

物体は、等加速度運動をするので、等加速度運動の式 (変位と速さの関係だから、③式を使う)

$$v^2 - v_0^2 = 2al \quad \pm 1.$$

$$v = \sqrt{2al (\sin \theta_1 - \mu' \cos \theta_1)}$$

② リードα 基本問題 59 一部改変

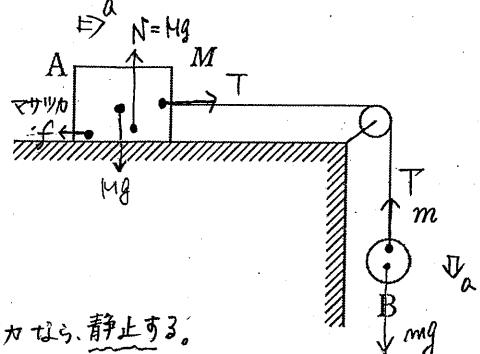
水平面上に質量 M の物体 A を置き、糸をつけ、滑車を通して図のように質量 m のおもり B をつるした。次の問い合わせよ。ただし、重力加速度の大きさを g とする。

水平面の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' として、次の間に答えよ。

(1) この時、A に働く静止摩擦力の最大値(最大摩擦力)

はいくらか。物体に働く力は図のようになり、
A の合直方向の力がつり合ひよ。

$$N = Mg \quad f_0 = \mu N = \mu Mg$$



(2) 手を離したとき、B が下降したとする。 μ が満たす条件を求めなさい。

$$\begin{aligned} \text{静止摩擦力} &> \text{最大摩擦力} \\ F - T &= mg > \mu N = \mu Mg \end{aligned}$$

あるいは (静止したとして)

逆に、静止摩擦力 \leq 最大摩擦力なら、静止する。
 $f = T$, $T = mg$ より。

(3) A が滑り動き、B が下降するとき、

$$mg \leq \mu Mg \Leftrightarrow \mu \geq \frac{m}{M} \text{ なら静止、逆に } \mu < \frac{m}{M} \text{ です。}$$

① B の加速度の大きさはいくらか。

② 張力の大きさはいくらか。

運動方程式を立式すると、

$$A: Ma = T - \mu' Mg$$

$$B: ma = mg - T$$

$$(M+m)a = mg - \mu' Mg$$

$$a = \frac{m - \mu' M}{M + m} g$$

$$Ma = mT - \mu' Mg$$

$$mMa = Mg - MT$$

$$(M+m)T = (1 + \mu') Mg$$

$$T = \frac{Mm(1 + \mu')}{M + m} g$$

③ 基本問題 61 一部改変

② の条件はそのままに、A と B を図のように配置した。

斜面と A の間の静止摩擦係数を μ 、動摩擦係数を μ' とする。A が滑り動き、B が上昇するとき、

(1) B の加速度の大きさを a 張力の大きさを T として、

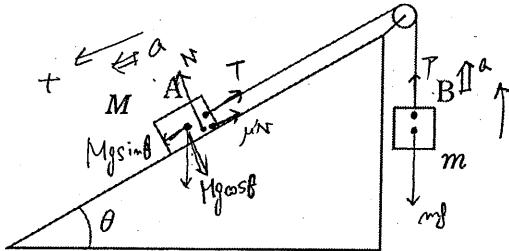
物体 A,B の運動方程式を立式しなさい。

(動き出す方向を正の方向とする。)

$$Ma = Mg \sin\theta - T - \mu' Mg \cos\theta$$

$$+ m a = T - mg$$

$$a = \left(\frac{M \sin\theta - m - \mu' Mg \cos\theta}{M + m} \right)$$

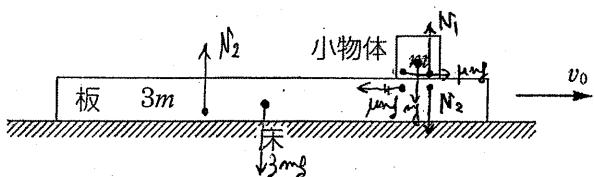


(2) 加速度 a を求めなさい。

4 リードα 基本問題 69 類題

注：床からみると、板も小物体も右向きに動く。

右の図のように、質量 m の小物体が質量 $3m$ の大きな板の上にのっている。小物体と板との間の動摩擦係数を μ とし、板と床との間の摩擦を無視する。時刻 $t=0$ において、板に右向きの初速度 v_0 を与えると、小物体も同時に動き始めた。右向きを正の向きとし、重力加速度の大きさを g とする。以下、運動は床面に立って静止した立場から観測することにする。



うごきの
摩擦力は、板 \Rightarrow 小物体(右向き)
考えて、静止していたものが、力の方向に動くことを
(今は小物体) チェックするといい。

(1) 小物体はどちら向きに運動するか。図の水平方向「左向き」か「右向き」で解答すること。

左向きに動くと、思ってしまふ人は、板に対しての
動きを考えてしまっているかも知れない。

(2) 小物体に働く摩擦力の大きさと向きを答えなさい。

μmg 右向き

機械的に逆向き

(3) 板に働く摩擦力の大きさと向きを答えなさい。

μmg 左向き (まずはこれを考えて)

(4)(2)(3)を含む、すべての力を図に記入しなさい。 \Rightarrow 図参照

(5) 小物体の加速度 a を求めよ。

また、 (6) 板の加速度 A を求めよ。

運動方程式を立てると、(右向きを正として)

$$ma = \mu mg$$

$$a = \underline{\underline{\mu g}}$$

$$3mA = -\mu mg$$

$$A = \underline{\underline{-\frac{\mu g}{3}}}$$

略解 詳細はこちら

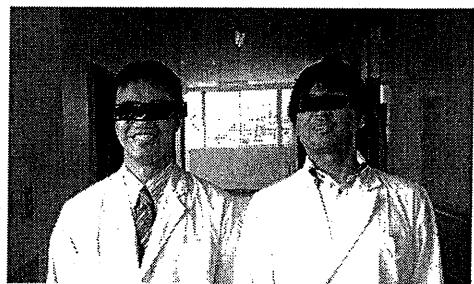


(6/2 金曜夜に UP)

[1] (1) $N = mg \cos \theta$ (2) $f = mg \sin \theta$ (3) $f_0 = \mu mg \cos \theta$

(3) ① > ② $\mu < \tan \theta$, (6) $g(\sin \theta - \mu' \cos \theta)$

(7) $\sqrt{2gl(\sin \theta - \mu' \cos \theta)}$



質問待ってるよ。

[2] (1) μMg (2) $\mu < m/M$ (3) $a = \frac{m - \mu M}{M + m} g$ $T = \frac{(1 + \mu)}{M + m} Mmg$ [3] $\frac{M \sin \theta - m - \mu M \cos \theta}{M + m} g$

(7) 小物体が板に対して静止するまでの時間 t_1 を求めたい。次の空欄に適する語や文字式を書きなさい。

・ 等加速度運動 から、 $v_0 = 0$ $a = \mu g$ より。

時刻 t_1 での小物体の速度 $v_{\text{小}(t_1)}$ を t_1 を用いて書くと、 $v_{\text{小}(t_1)} = (\textcircled{1}) \mu g t_1$ である。

小物体が板に対して静止している状態では、小物体の速度は(② 板の速度 日本語)に等しい。

$$v_0 = v_b, \quad a = -\frac{\mu g}{3}$$

時刻 t_1 での(②)は t_1 を用いて、(③) $v_{\text{板}}(t_1) = v_b - \frac{\mu g}{3} t_1$ と記述できる。

以上の事から、 $t_1 = (\textcircled{4})$ と計算できる。

$$\textcircled{1} \quad \mu g t_1 = \textcircled{2}, \textcircled{3} \quad v_b - \frac{\mu g t_1}{3} \quad \text{であるよ。}$$

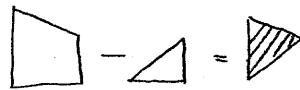
$$\frac{4}{3} \mu g t_1 = v_b$$

$$t_1 = \frac{3v_b}{4\mu g}$$

(8) 時刻 $t=0$ から t_1 までの間に小物体が板に対してすべる距離 l を求めたい。次の間に答えよ。

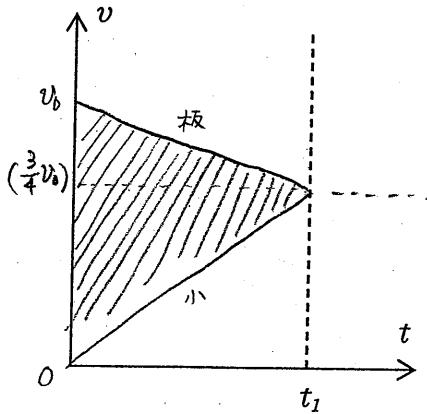
① 時刻 $t=0$ から t_1 までの間の $v-t$ グラフの概形をかきなさい。小物体と板の両方を 1 つのグラフにまとめてかくこと。

② 小物体が板に対してすべる距離 l を表す領域を斜線で図示しなさい。



③ l を求めなさい。

$$\begin{aligned} l &= \frac{1}{2} \cdot v_0 \cdot t_1 \quad \text{= 角形の面積!!} \\ &= \frac{1}{2} \times v_0 \times \frac{3v_0}{4\mu g} = \frac{3v_0^2}{8\mu g} \end{aligned}$$



[4] (1) 水平右向き (2) 水平右向き μmg (3) 水平左向き μmg (4) 略 (小物体に 3 つ、板に 4 つ) (5) μg (6) $-\mu g/3$

(7) ① $\mu g t_1$ ② 板の速度 ③ $v_0 - \mu g t_1 / 3$ ④ $3v_0^2 / 8\mu g$ ⑤ $3v_0^2 / 8\mu g$