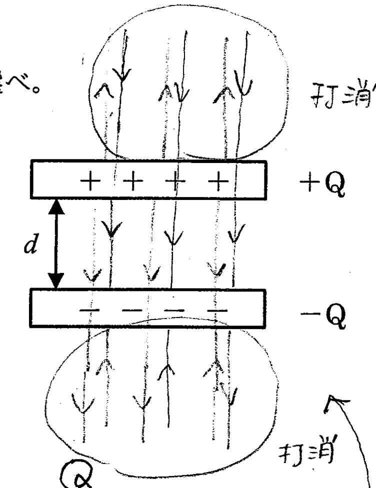
単元テスト(6.26 に向けて)　コンデンサー編

$\boxed{1}$　(　)に適する語を書き入れよ。また、{　}内から適当な語を選べ。

(1)図のような平行極板コンデンサーがある。各極板間の距離は d, 極板の面積は S である。いま、+Qに帯電した極板のみについて考えると、極板から出る電気力線の総本数はクーロンの比例定数 k_0 を使うと($4\pi k_0 Q$)真空の誘電率 ε_0 を使うと($\frac{Q}{\varepsilon_0}$) と書き表すことができる。また、図のコンデンサーに蓄えられている電気量は(Q)である。



$\frac{Q}{\varepsilon_0}$[本]を3本で表現すると…

(2)以下真空の誘電率 ε_0 を用いて考える。

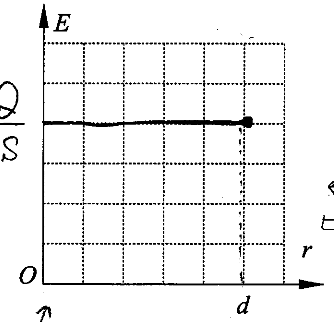
+Qに帯電した極板の図上方の電気力線の本数は(上)向きに($\frac{Q}{2\varepsilon_0}$)本、極板の下方の電気力線の本数は(下)向きに($\frac{Q}{2\varepsilon_0}$)本である。

−Q に帯電した極板を考えると図上方に出る電気力線の本数は(下)向きに($\frac{Q}{2\varepsilon_0}$)本、下方に出る電気力戦の本数は(上)向きに($\frac{Q}{2\varepsilon_0}$)本である。

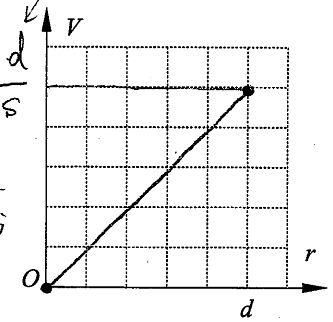
これらを足し合わせることで、コンデンサー上方の電気力線の総本数は(0)本、内部は($\frac{Q}{\varepsilon_0}$)本、下方は(0)本となることが分かる。つまり電場はコンデンサーの{外側にのみ・内側にのみ・内側外側両方に}生じており、その大きさは電気力線の密度を考えることで、E=($\frac{N}{S}=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}$)となる。よって、両極板の電位差は V=($Ed=\frac{Q}{\varepsilon_0 S}d$)である。
これをコンデンサーの基本式 $Q=CV$ と照らし合わせることで、C=($\varepsilon_0\frac{S}{d}$)を得る。　$Q=\varepsilon_0\frac{S}{d}\cdot V$

(3)縦軸に電場 E、横軸に極板負極板からの距離 r をとってグラフを書きなさい。
(0≦r≦d の範囲で。)

(4)縦軸に電位 V、横軸に極板負極板からの距離 r をとってグラフを書きなさい。
(0≦r≦d の範囲で。)



← ビ分



コンデンサー内部は、一様電場なので、Eのグラフは「水平」に。(一定値)

Vのグラフは傾き(E)が一定なので、「直線」に。

正の極板は正に、負の極板は負に帯電しているので、当然ながら2つの極板の間には静電気力によって引力が生じている。果たして、この引力の大きさはいくらだろうか。次のように考察してみよう。

(5)極板を引き離す作業を考えることで、力の大きさを求めてみよう。左のページの図の状態での静電エネルギーは Q,S, ε_0 を使うと($\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{Q^2 d}{2\varepsilon_0 S}$)である。いま、正極板をゆっくりと図の真上方向に Δd だけ動かしたとすると、静電エネルギーは($\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}(d+\Delta d)$)となり、($\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}\Delta d$)だけエネルギーが増加することが分かる。極板に与えた外力を F として、この作業に要した仕事を考えると、($F\Delta d$)と書ける。外力 F の仕事の分だけ静電エネルギーが増加したと考えれば、エネルギーと対比して外力 F は、($\frac{Q^2\Delta d}{2\varepsilon_0 S}=F\Delta d$)である。よって、極板間に働いている静電気力による引力は($\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$)である。$F=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S}$

(6)(5)について、負極板の作る電場から、正電極(+Qの帯電体)が受ける力の大きさを考えることで検討してみよう。コンデンサー内部の電気力線の本数は($\frac{Q}{\varepsilon_0}$)本であるが、内負極板に由来するものは{その2倍・半分・同数}の($\frac{Q}{2\varepsilon_0}$)本である。
その電気力線から受けるので、静電気力の一般式
$F=qE$=(Q)×($\frac{Q}{2\varepsilon_0 S}$)=($\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 S^2}$)となり、(5)に一致する。

$\boxed{1}$ ***略解***　ただし、表記の都合上分数を●/▲で表記した。

(1) $4\pi k_0 Q$, Q/ε_0, Q (2)上 $Q/2\varepsilon_0$, 下 $Q/2\varepsilon_0$, 下 $Q/2\varepsilon_0$, 上 $Q/2\varepsilon_0$, 0, Q/ε_0, 0,内側にのみ, $Q/\varepsilon_0 S$, $Qd/\varepsilon_0 S$ $\varepsilon_0 S/d$

(3)略(一様電場なので概形は水平な直線)　(4)略(一様電場なので概形は傾き正の直線)

(5) $Q^2 d/2\varepsilon_0 S$, $Q^2(d+\Delta d)/2\varepsilon_0 S$, $Q^2\Delta d/2\varepsilon_0 S$, $F\Delta d$, $Q^2/2\varepsilon_0 S$　(6) Q/ε_0, 半分,　$Q/2\varepsilon_0$, Q, $Q/2\varepsilon_0 S$, $Q^2/2\varepsilon_0 S$

チェック

☐コンデンサー内部および外部の電場の様子が説明できる
☐コンデンサー内部の電場の大きさから、極板間の電位差(電圧)を計算できる
☐コンデンサー内部の電場および電位の変化の様子をグラフで表現できる
☐コンデンサーの極板間の引力の大きさを、エネルギーの考え方と、電場と静電気力の考え方でそれぞれ導出することができる　これは、大事。

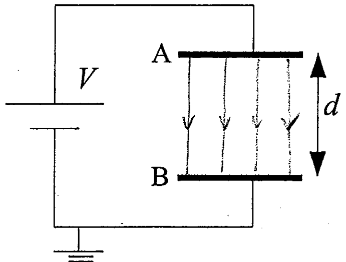
$\boxed{2}$ ***略解***(問題は裏面)

(1) $\frac{\varepsilon_0 S}{d}$[F]　(2)略(平行等間隔) (3) $2C_0$[F] (4) V[V] (5)2倍 (6) 略(平行等間隔8本)　(7)2倍

(8)1倍 (9) $V/2$[V] (10)略(平行等間隔4本)　(11) 1倍

心残りは、誘電体の挿入が扱えなかったことである。(1)から電源をつないだ or 外した状態で、例えば比誘電率2の誘電体で内部を満たしたとき、C,V,QそしてEはどうなるか、考えてみよう。

2 極板の間隔を変えることができる極板面積 S[m²] の平行極板空気コンデンサーがある。いま、その極板間隔を d[m] にし，V[V] の電源につないで充電した。



空気の誘電率を ε_0 として、以下の問いを考えてみよう。

(1) このコンデンサーの電気容量 C_0 はいくらか。　$C_0 = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$

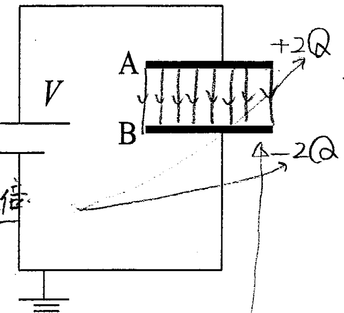
(2) このとき、コンデンサー内部にできる電気力線の概略を図に記入しなさい。（４本で）

コンデンサーの電圧Vが一定

以下の問いは (1) の C_0 を使って良い。
最初の状態（(1) の状態）から、電源を接続したままコンデンサーの極板間隔を半分にした。

(3) 間隔を変えた後の電気容量はいくらか。　$C' = \varepsilon_0 \frac{S}{\frac{d}{2}} = 2C_0$

(4) 間隔を変えた後のコンデンサーの電圧はいくらか。　V



Q[C]からは4πkQ[本]
2Q[C]からは8πkQ[本]の電気力線が出る!!

(5) 間隔を変えた後、蓄えられる電気量は (1) の何倍か。

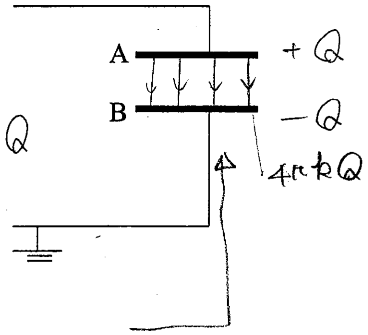
$Q = CV$　（C: 2倍，V: 1倍）　よって、Qは、2倍

(6) このとき、コンデンサー内部の電気力線の概略を図に記入しなさい。（ただし、(1) の状態を電気力線４本で記述したことに留意せよ）

(7) コンデンサー内部の電場の大きさは (1) の状態の何倍か。

$E = \frac{V}{d}$　$V \rightarrow 1$倍，$d \rightarrow \frac{1}{2}$倍　より、Eは、2倍になる。見た目（電気力線の密度）通りである。

最初の状態（(1) の状態）から，今度は電源を切り離した後，極板間隔を半分にした。



(8) 間隔を変えた後、蓄えられる電気量は (1) の何倍か。　電気量は、変わらない。+Q

(9) 間隔を変えた後の極板間の電圧はいくらか。

$V = \frac{Q}{C}$　$Q \rightarrow 1$倍，$C \rightarrow 2$倍　よって、Vは、$\frac{1}{2}$倍。

(10) このとき、コンデンサー内部の電気力線の概略を図に記入しなさい。
（ただし、(1) の状態を電気力線４本で記述したことに留意せよ。）

(11) コンデンサー内部の電場の大きさは (1) の状態の何倍か。

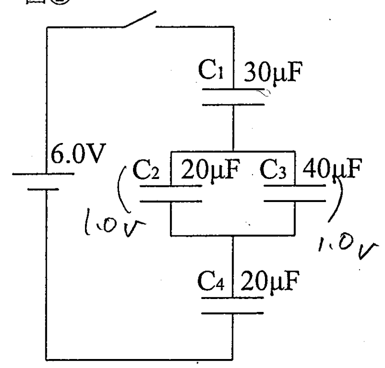
$E = \frac{V}{d}$　$V \rightarrow \frac{1}{2}$倍，$d \rightarrow \frac{1}{2}$倍　より、Eはそのまま。見た目の通り!!

チェック

□極版の間隔や面積の変化、誘電体の挿入による電気容量の変化が計算・イメージできる
□電源が接続されているかどうか等の条件から、Q,C,V のうち何が変化し、何が変化しないのかを判断することができる。
□コンデンサーの電気量と、できる電気力線の本数の多少、電場の強弱の関係が結びついている
□コンデンサー内の電場と極版間距離、電圧（電位差）の関係が説明できる

3 図のように接続されたコンデンサー回路がある。コンデンサー C_1〜C_4 には、はじめ電荷が蓄えられていなかった。「スイッチを入れて十分時間がたった後、それぞれのコンデンサーに蓄えられる電気量 Q_1[μC]，Q_2[μC]，Q_3[μC]，Q_4[μC]を求めよう。」という問いを、以下のような手順で考えてみよう。

図①



まず、回路全体の合成容量を求める。

(1)並列に接続されている C_2 と C_3 の合成容量 C_{23}[μF] はいくらか。

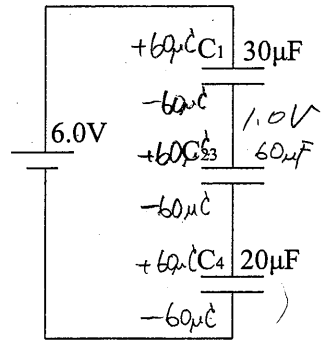
並列なので　$C_{23} = C_2 + C_3 = 60\mu F$.

(2)直列に接続されている C_1 と C_{23} と C_4 の合成容量＝回路の合成容量 C_{1234}[μF]はいくらか。

直列なので　$\frac{1}{C_{1234}} = \frac{1}{30} + \frac{1}{60} + \frac{1}{20} = \frac{6}{60}$　$C_{1234} = 10\mu F$

もどす

図②



合成容量を考えたことによって、回路は図③のように電源とただ１つのコンデンサーが接続されたものと考えられる。

(3) 図③の C_{1234} に蓄えられる電気量はいくらか。

$Q = CV = 10 \times 6 = 60\mu C$

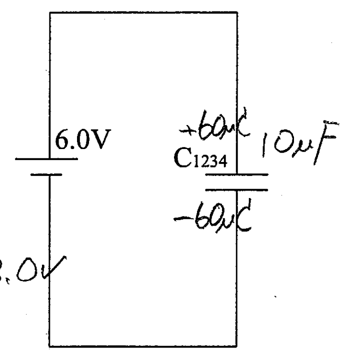
１つもどって図②の状態について考える。

(4) (3)の考察から、各コンデンサーに蓄えられる電気量 Q_1[μC]，Q_{23}[μC]，Q_4[μC]はそれぞれいくらか。ただし、直列接続であることに注意すること。

$Q_1 = Q_{23} = Q_4 = 60\mu C$

もどす

図③



(5) (4)の考察から、各コンデンサーの電圧 V_1[V]，V_{23}[V]，V_4[V]はそれぞれいくらか。ただし、直列接続であることに注意すること。

$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{60}{30} = 2.0V$　$V_{23} = \frac{Q_{23}}{C_{23}} = \frac{60}{60} = 1.0V$　$V_4 = \frac{Q_4}{C_4} = \frac{60}{20} = 3.0V$

さらに戻って図①の状態について考える。

(6)C_2 と C_3 の電圧 V_2[V]，V_3[V]はそれぞれいくらか。

並列の状態となっている。　$V_2 = V_3 = V_{23} = 1.0V$

(7) C_2 と C_3 に蓄えられる電気量 Q_2[μC]，Q_3[μC]はそれぞれいくらか。

$Q_2 = C_2 V_2 = 20 \times 1.0 = 20\mu C$.　$Q_3 = 40 \times 1.0 = 40\mu C$

略解

(1)60μF (2)10μF (3)60μC (4)全て 60μC (5)順に 2.0V 1.0V 3.0V (6)1.0V 1.0V (7) 順に 20μC　40μC

チェック

□コンデンサーの合成容量を計算できる
□コンデンサーの合成と、逆の手順での分解によって、電圧と電気量を求めることができる