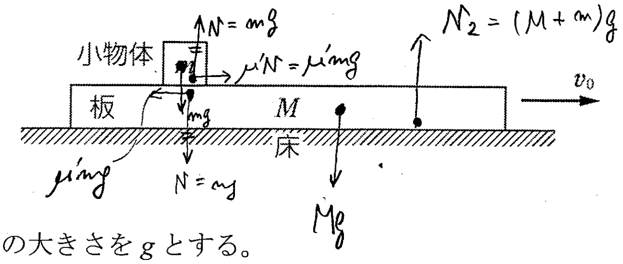
7　★★　③⑤⑥⑧

右の図のように，質量 m の小物体が質量 M の大きな板の上にのっている。小物体と板との間の動摩擦係数を μ とし，板と床との間の摩擦を無視する。時刻 $t=0$ において，板に右向きの初速度 v_0 を与えると，小物体も同時に動き始めた。右向きを正の向きとし，重力加速度の大きさを g とする。



(1)この、小物体と板が一体となって運動するようになる時刻 t を、以下のようにして求めた。(　　) に当てはまる式や語句を書きなさい。

①板がv_0でうごく　②小物体がv_0でうごく　③板を手で引く　④小物体を手で引く

まず、小物体について考える。小物体は板から見て（　左　）向きに進んでいるので、小物体が板から受ける動摩擦力は（　右　）向きで、その大きさは（　$\mu' mg$　）である。小物体が受ける水平方向の力はこの動摩擦力のみであるので、右向きを正にとり、小物体の加速度を a とすると、小物体の運動方程式は、

この4パターンの摩擦力を迷わずにかけるように。

（式　$ma=\mu' mg$　）

と書ける。これを a について解けば　$a=$（　$+\mu' g$　）

板と小物体のうち考えやすいほうを先にかく。あとは作用・反作用で機械的にかくといい。

が得られる。従って時刻 t における地面からみた小物体の速度 v は、

$v=$（　$\mu' g t$　）　・・・・・・・・・・・・・・・①

であることがわかる。

次に、板について考える。板にはたらく水平方向の力は、小物体から受ける動摩擦力のみで、（作用・反作用）の法則からその大きさは（　$\mu' mg$　）、向きは（　左　）向きである。従って、板の加速度を A として運動方程式をたてると、（式 $MA=-\mu' mg$　）となり、

板の加速度 A は $A=$（　$-\dfrac{\mu' mg}{M}$　）

と求まる。このことから時刻 t における地面からみた板の速度 V は、

$V=$（　$v_0-\dfrac{\mu' mg}{M}\cdot t$　）　・・・・・・・・・・・・・・・②

であることがわかる。

時刻 t では、板と小物体が一体になって動くので、v と V の間に

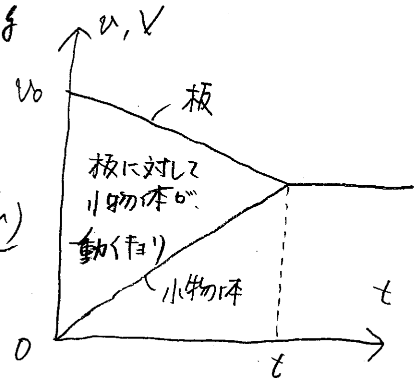
（　$v=V$　）　・・・・・・・・・・・・・・・③

という関係がある。③に①、②を代入して整理すると、$t=$（　　　　　）

となり、一体となって運動する時刻を求めることができる。

$$v_0-\frac{\mu' mg}{M}\cdot t=\mu' g t \qquad t=\frac{Mv_0}{(m+M)\mu' g}$$

$$\Leftrightarrow\ v_0=\frac{m+M}{M}\mu' g t$$



(2)その間に小物体が板に対してすべる距離 l を求めよ。

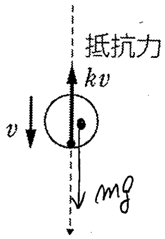
右図より．（板がうごくきょり）−（小物体がうごくきょり）＝ $\Rightarrow \dfrac{1}{2}\times v_0\times \underbrace{\dfrac{Mv_0}{\mu' g(M+m)}}_{t}$

略解　①$\mu' gt$　②$v_0-\dfrac{\mu' g}{M}t$　③$t=\dfrac{Mv_0}{\mu' g(M+m)}$

(2) $\dfrac{M{v_0}^2}{2\mu' g(M+m)}$ (v-t グラフで一発)

$\boxed{8}$ ★ ③⑤⑥

質量 m〔kg〕の小球が空気中を落下するとき，空気の抵抗力は小球の速さ v に比例し，kv〔N〕であるとする(k は比例定数)。重力加速度の大きさを g〔m/s^2〕とする。



(1) 小球の速さが v〔m/s〕である瞬間の力の様子を図示せよ。また、加速度の大きさ a〔m/s^2〕を求めよ。

(2) 小球の速さはやがて一定になる。その速さ(終端速度)v_f〔m/s〕を求めよ。

(3) 小球のおおよその v-t 図をかけ。

(1) 図より、運動方程式を立式し、

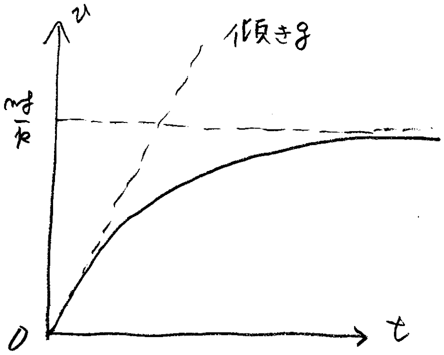
$$ma = mg - kv$$

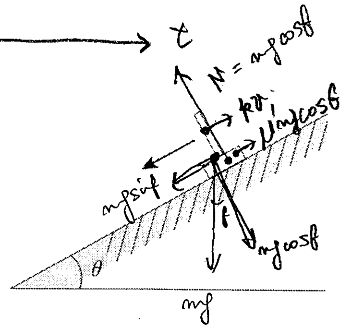
$$a = g - \frac{k}{m}v$$

(2) このとき $a=0$ より

$$0 = g - \frac{k}{m}v_f$$

$$v_f = \frac{mg}{k}$$ //





水平とのなす角が θ の斜面上を，図のような質量 M の逆 T 字型の物体がすべる運動を考える。物体と斜面との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g とする。速さ v のとき，物体には空気抵抗 kv(k は定数)がはたらくものとする。次の各問に答えよ。

(1) 物体が速さ v ですべりおりているときの，物体の加速度の大きさ a を求めよ。

(2) しばらくして，等速度運動になった場合の物体の速さを求めよ。

(1) 運動方程式を立てると、図より、

$$ma = mg\sin\theta - kv - \mu' mg\cos\theta$$

$$a = -\frac{k}{m}v + g(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$$ //

$v = v_f$ で、$a=0$ だから、

$$v_f = \frac{mg}{k}(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$$ //

(1) $a = g - \dfrac{k}{m}v$ (2) $\dfrac{mg}{k}$

(1) $g(\sin\theta - \mu'\cos\theta) - \frac{k}{M}v$ (2) $\frac{Mg}{k}(\sin\theta - \mu'\cos\theta)$