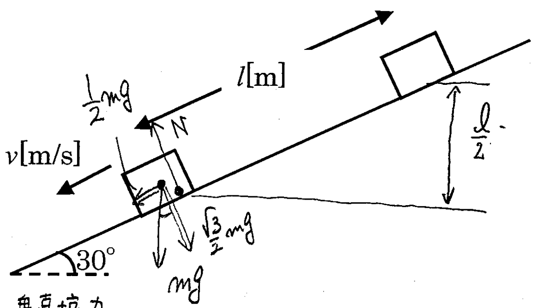
$\boxed{9}$ ★ ③⑥⑨⑩⑪⑫⑬

図のように、質量 m[kg]の物体が角度 30°のなめらかな斜面上を初速度 0m/s で下りはじめた。物体が斜面を l[m]下ったときの速さ v[m/s]を、以下の様に求めた。(　　)にあてはまる言葉、$\boxed{}$にあてはまる式を答えなさい。ただし、重力加速度の大きさを g[m/s^2]とする。



(A)　運動方程式を立てて求める場合

斜面上を下っている物体に働く力は（ア 重力）と（イ 垂直抗力）の２つである。斜面下向きを正とし、物体の加速度の大きさを a[m/s^2]とすると、物体の運動方程式は $\boxed{あ}$ であるので、$a=\boxed{い}$[m/s^2]と求めることができる。したがって、等加速度直線運動の３番目の公式を用いることで、$v=\boxed{う}$[m/s]と求めることができる。また、斜面に垂直な方向については、（ア）の斜面方向の成分と（イ）がつり合うことになるので、（イ）の大きさ N[N]は $N=\boxed{え}$[N]である。

あ：　$ma = +\frac{1}{2}mg$

い：　$a = \frac{1}{2}g$

$v^2 - 0^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}g \cdot l$

う：$v = \sqrt{gl}$

え：力のつり合いより、

$N - \frac{\sqrt{3}}{2}mg = 0$

$N = \frac{\sqrt{3}}{2}mg$

(B)　エネルギーの原理（運動エネルギーと仕事の関係）を用いて求める場合

斜面を下る前の物体の運動エネルギーは $\boxed{お}$[J]、斜面を下った後の物体の運動エネルギーは $\boxed{か}$[J]である。物体が斜面を下る間に、物体に対して仕事をする力は（ウ 重力）だけであり、その仕事 W[J]は $W=\boxed{き}$[J]である。この仕事の分だけ、物体の運動エネルギーは変化するので、等式 $\boxed{く}=\boxed{き}$ が成り立つ。したがって、$v=\boxed{け}$[m/s]が求まる。

お．$v=0$ より、0 J

か．$\frac{1}{2}mv^2$

ウ．重力。（垂直抗力の仕事は、0）

き．$W = Fx\cos\alpha$

$= \frac{1}{2}mg \cdot l \cdot \cos 0° = \frac{1}{2}mgl$

仕事の原理は、

運動エネルギー変化 = すべての仕事

$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2 - 0}_{く} = \underbrace{\frac{1}{2}mgl}_{き}$

$v = \sqrt{gl}$ け

(C)　力学的エネルギー保存則を用いて求める場合

斜面を下る物体に働く非保存力には（エ 垂直抗力）があるが、この（エ）は物体に対して（オ 仕事）をしない。したがって、斜面を下る前後で物体の（カ 力学的エネルギー）は保存される。重力による位置エネルギーの基準を l[m]下った地点に取ると、斜面を下る前の物体の位置エネルギーは $\boxed{こ}$[J]、斜面を下ったあとの位置エネルギーは $\boxed{さ}$[J]であるので、

$mgh = mg \cdot \frac{l}{2}$

（カ）保存則を立てると、$\boxed{し}$となる。これを解いて、$v=\boxed{す}$[m/s]が求まる。

運動 + 位置 = 運動 + 位置

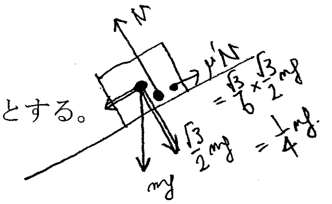
$0 + mg \cdot \frac{l}{2} = \frac{1}{2}mv^2 + 0$

$v = \sqrt{gl}$

（ア）重力（イ）垂直抗力（ウ）重力（エ）垂直抗力（オ）仕事（カ）力学的エネルギー

（あ）$ma=\frac{1}{2}mg$（い）$\frac{1}{2}g$（う）$\sqrt{gl}$（え）$\frac{\sqrt{3}}{2}mg$（お）0（か）$\frac{1}{2}mv^2$（き）$\frac{1}{2}mgl$（く）$\frac{1}{2}mv^2-0$（け）$\sqrt{gl}$（こ）$mg\frac{1}{2}l$（さ）0

（し）$0+mg\frac{1}{2}l=\frac{1}{2}mv^2+0$（す）$\sqrt{gl}$



次に、斜面と物体の間に摩擦がある場合について考える。動摩擦係数を$\frac{\sqrt{3}}{6}$とする。

(D)　運動方程式を立てて求める場合

図より、$\frac{1}{4}mg$

物体に働く力が（ア）重力、（イ）垂直抗力、（　キ　）動摩擦力 の3つとなり、（キ）の大きさは$\boxed{せ}$[N]、向きは（　ク　）斜面に沿って上向き、である。斜面を下る物体の加速度を a'[m/s^2]とすると、物体の運動方程式は$\boxed{そ}$であるので、$a'=\boxed{た}$[m/s^2]と求められる。(A) と同様に等加速度直線運動の公式から $v=\boxed{ち}$[m/s]となる。

$$ma' = \underset{重力}{\frac{1}{2}mg} - \underset{動まさつ力}{\frac{1}{4}mg} \qquad v^2 - 0^2 = 2 \cdot \frac{1}{4} g \cdot l$$

$$a' = \frac{1}{4}g \qquad v = \sqrt{\frac{gl}{2}}$$

(E)　エネルギーの原理（運動エネルギーと仕事の関係）を用いて求める場合

斜面を下る前の物体の運動エネルギーは$\boxed{お}$ 0 [J]、斜面を下った後の物体の運動エネルギーは$\boxed{か}$ $\frac{1}{2}mv^2$ [J]である。物体が斜面を下る間に、物体に対して仕事をする力は（ウ）重力 と（　ケ　）動まさつ力 の 2 つあり、（ウ）の仕事は$\boxed{き}$[J]、（ケ）が物体にした仕事は$\boxed{つ}$[J]である。この仕事の分だけ、物体の運動エネルギーは変化するので、等式$\boxed{く}=\boxed{て}$が成り立つ。したがって、$v=\boxed{と}$[m/s]が求まる。

重力の仕事　$W = Fx\cos\alpha = \frac{1}{2}mg \cdot l \cdot \cos 0° = \frac{1}{2}mgl$

動まさつ力の仕事　$W = Fx\cos\alpha = \frac{1}{4}mg \cdot l \ \cos 180° = -\frac{1}{4}mgl$

運動エネルギー変化　　全ての仕事

$$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = \frac{1}{2}mgl - \frac{1}{4}mgl \iff v^2 = \frac{1}{2}gl \qquad v = \sqrt{\frac{gl}{2}}$$

(F)　力学的エネルギーの変化と非保存力のした仕事の関係を用いて求める場合

斜面を下る物体に働く非保存力には（エ）垂直抗力 と（　コ　）動摩擦力 があり、（エ）垂直抗力 は物体に対して（オ）仕事 をしないが、（コ）動摩擦力 は物体に対して$\boxed{な}$ $-\frac{1}{4}mgl$ [J]の仕事をする。したがって、斜面を下る前後で物体の（　サ　）力学的エネルギー は保存されない。このときは、（サ）の変化量と（　シ　）非保存力 がした仕事が一致する（すなわち、（シ）非保存力 がした仕事の分だけ（サ）力学的エネルギー が変化する）ので、等式$\boxed{に}=\boxed{な}$が成立する。これを解いて、$v=\boxed{ぬ}$[m/s]が求まる。

力学的エネルギーの変化 ＝ 非保存力の仕事

$$\underset{あと}{\frac{1}{2}mv^2} - \underset{さき}{mg \cdot \frac{l}{2}} = -\frac{1}{4}mgl$$

$$v = \sqrt{\frac{gl}{2}}$$

（キ）動摩擦力（ク）斜面に沿って上向き（ケ）動摩擦力（こ）動摩擦力

（サ）力学的エネルギー（シ）非保存力（せ）$\frac{1}{4}mg$（そ）$ma' = \frac{1}{2}mg - \frac{1}{4}mg$（た）$\frac{1}{4}g$（ち）$\sqrt{\frac{1}{2}gl}$

（つ）$-\frac{1}{4}mgl$（て）$\frac{1}{2}mgl - \frac{1}{4}mgl$（と）$\sqrt{\frac{1}{2}gl}$（な）$-\frac{1}{4}mgl$（に）$\frac{1}{2}mv^2 - mg\frac{1}{2}l$（ぬ）$\sqrt{\frac{1}{2}gl}$