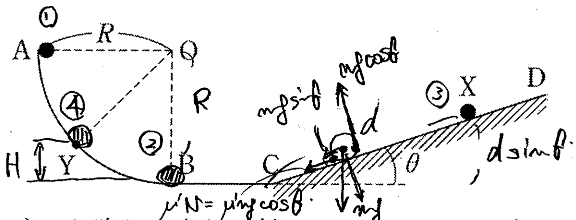
10 ★★ ⑨⑬



半径 R の円弧状のなめらかな曲面 AB がある。円弧の上端 A と円弧の中心 O の高さは等しく，円弧の最下点 B と O を通る線は鉛直である。その右側にはなめらかな水平面BCと傾角 θ のあらい斜面 CD がある。いま，円弧の上端 A から質量 m の小物体を静かにはなしたら，円弧にそってすべり降り，さらに斜面 CD にそってのぼり始めたが，点 C からある距離を進んだ点 X で速度がいったん 0 になった。その直後に逆もどりをして，円弧面のある高さの点 Y に達したところで再び速度が 0 になった。小物体と斜面との間の動摩擦係数を μ'，重力加速度の大きさを g とする。

(1) 小物体が最初に円弧の最下点 B を通過するときの速さ v はいくらか。

(2) CX 間の距離 d はいくらか。

(3) 小物体が逆もどりをして円弧面をのぼったときの最高点 Y の高さ H は，点 B を基準にしていくらか。

(1) 力学的エネルギー保存則より.

BC面を位置エネルギーの基準面とすると、

$$\overset{①}{mgR} = \overset{②}{\frac{1}{2}mv^2}$$

$$v = \sqrt{2gR}$$

(2)－解1.

エネルギーの原理で考えると、

運動エネルギー変化 ③ と ①　全ての仕事

$$0 - 0 = -\mu' mgd\cos\theta + mg(R - d\sin\theta)$$

動まさつ力の仕事は、$W = \mu' mg\cos\theta \cdot d \cdot \cos 180^\circ$

重力のした仕事は、$W = mg(R - d\sin\theta)(\cos 0^\circ)$

$$R = d(\mu'\cos\theta + \sin\theta)$$

$$d = \frac{R}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}$$

(2)－解2　力学的エネルギーと仕事の関係より、

力学的エネルギー変化　非保存力の仕事

$$\overset{③}{mgd\sin\theta} - \overset{①}{mgR} = -\mu' mgd\cos\theta$$

(動摩擦力の仕事)

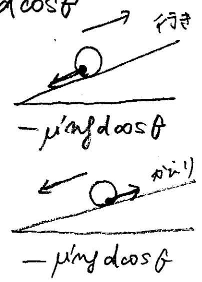
$$R = d(\mu'\cos\theta + \sin\theta).$$

$$d = \cdots\cdots$$

(3). 力学的エネルギーと仕事の関係より.

力学的エネルギー変化　非保存力の仕事

$$\overset{④}{mgH} - \overset{①}{mgR} = 2 \times -\mu' mgd\cos\theta$$



$$H = R - 2\mu' d\cos\theta$$

$$= R\left(1 - \frac{2\mu'\cos\theta}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}\right)$$

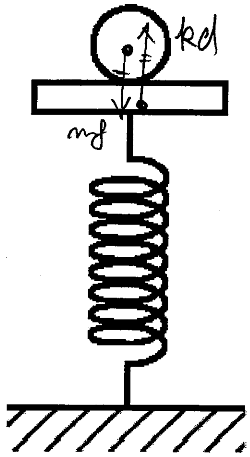
$$= R\,\frac{\sin\theta + \mu'\cos\theta - 2\mu'\cos\theta}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}$$

$$= R\,\frac{\sin\theta - \mu'\cos\theta}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}$$

(1) $\sqrt{2gR}$　(2) $\dfrac{R}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}$　(3) $\dfrac{\sin\theta - \mu'\cos\theta}{\sin\theta + \mu'\cos\theta}R$

11 ★★ ⑨⑩⑫

図のように，床にばねの下端を固定し，上端に質量の無視できる板を取りつけ，板の上に質量 m[kg]の物体を静かに乗せたところ，ばねは自然の長さから d[m]縮んで静止した。重力加速度の大きさを g[m/s²]とする。

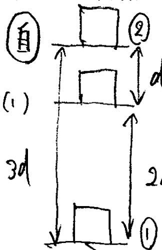


（1） ばね定数を求めよ。

力のつり合いより、

$$mg = kd \iff k = \frac{mg}{d}\ [\mathrm{N/m}]$$

（2） 次に，ばねを自然の長さから $3d$[m]押し縮めてはなしたところ，ばねが自然の長さになったところで物体が板から離れた。このときの物体の速さを求めよ。



力学的エネルギー保存則より（板+おもりを一体と考えれば、働く力は、保存力のみなので、）

$$\text{①}\ \underbrace{0+0+\frac{1}{2}\cdot\frac{mg}{d}(3d)^2}_{U_s} = \underbrace{\frac{1}{2}mv^2}_{K} + \underbrace{mg\cdot 3d}_{U_g} + \underbrace{0}_{U_s}$$

$$v^2 = 9gd - 6gd \iff v = \sqrt{3gd}\ [\mathrm{m/s}]$$

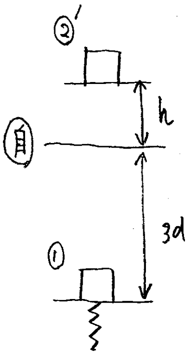
（3） （2）のあと物体は最高点に達した。物体が板から離れたところ（自然の長さのところ）と、最高点の間の距離を求めよ。 → Hとして、

鉛直投射と考えれば、（等加速度運動③式より）

$$v^2 - v_0^2 = 2ax$$

$$0 - (\sqrt{3gd})^2 = 2\cdot(-g)\cdot H \iff H = \frac{3}{2}d\ [\mathrm{m}]$$

（4） 図とは異なり、物体をばねに固定した場合、（2）のように自然の長さから $3d$[m]押し縮めてはなすと，自然の長さのところと最高点の間の距離はいくらになるか求めよ。



力学的エネルギー保存則より、

$$\text{①}\ \underbrace{0+0+\frac{1}{2}\cdot\frac{mg}{d}(3d)^2}_{U_s} = \text{②'}\ \underbrace{0}_{K} + \underbrace{mg(3d+h)}_{U_g} + \underbrace{\frac{1}{2}\frac{mg}{d}h^2}_{U_s}$$

$$\iff \frac{1}{2d}\left((3d)^2 - h^2\right) = (3d+h)$$

$$\iff \frac{1}{2d}(\cancel{3d+h})(3d-h) = \cancel{(3d+h)}$$

$h \neq -3d$ より

$3d - h = 2d$

$h = d$

（1）$\frac{mg}{d}$[m]（2）$\sqrt{3gd}$[m/s]（3）$\frac{3}{2}d$[m]（4）d[m]

2次方程式をとく。解の公式だと、大変です。
ひとつの解として、$h = -3d$ を、持つはず、というヨミで、因数分解してみました。