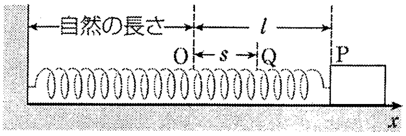
12 ★★ ⑨⑬

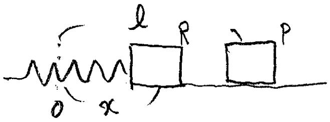
水平面上の壁にばね定数 k のばねの一端を固定し，他端に質量 m の物体を取りつけた。ばねが自然の長さのときの物体の位置 O を原点とし，右向きを正とする x 軸をとる。物体を，原点 O から x 軸の正の向きに距離 l はなれた位置 P まで引き，静かにはなすと，物体は x 軸の負の向きに向かって動き出し，O から距離 s はなれた位置 Q で静止した。この運動では，P と Q の間のある点で物体の速さが最大となることが観測された。物体と面との間の動摩擦係数を μ，重力加速度の大きさを g とする。



(1) 物体が位置 P にあるとき，ばねにたくわえられている弾性エネルギーはいくらか。

$$U_S = \frac{1}{2}k\underbrace{l}_{のび}^2$$

(2) 物体が O から距離 x はなれた P と Q の間の任意の位置 R にあるとき，物体の運動エネルギーはいくらか。（着眼点：力学的エネルギーは保存するか否か）→ しない。ので，力学的エネルギーと，非保存力の仕事の関係を考える。



$$\underbrace{K + \frac{1}{2}kx^2}_{\text{R点の力学的エネルギー}} - \underbrace{\frac{1}{2}kl^2}_{\text{P点の力学的エネルギー}} = \underbrace{-\mu mg(l-x)}_{\text{P点から、R点に至るまでの非保存力（動摩擦力）の仕事}}$$

$$K = \frac{1}{2}k(l^2 - x^2) - \mu mg(l-x) \quad \text{—①}$$

(3) 物体が静止する位置 Q の座標 s はいくらか。
（着眼点：この時の運動エネルギーはいくらか。展開せずに因数分解を上手く活用。）

$x=s$ で静止するので，$v=0$，だから，運動エネルギー $K=0$ であり，

$$\frac{1}{2}k(l^2 - s^2) - \mu mg(l - s) = 0$$

この，s についての2次方程式をとく．

展開して，解の公式に持ち込んでもいいのですが，
$v=0$ となる解として，$s=l$ をもつのは明らかなので
⇒ 全体が，$(s-l)$ で割れるのは明らかなので…
(l^2-s^2) を，因数分解します。

$$\frac{1}{2}k(l+s)\cancel{(l-s)} - \mu mg\cancel{(l-s)} = 0$$

$s \neq l$ であるから．

$$s = \frac{2\mu mg}{k} - l$$

(4) 物体の速さが最大となる位置を求めよ。

⇒ 運動エネルギーが最大となる位置であり，①式を展開して，

$$K_{(x)} = -\frac{1}{2}kx^2 + \mu mgx - \mu mgl + \frac{1}{2}kl^2 \rightarrow$$

上に凸のグラフだから，平方完成して，軸を求めればいい．

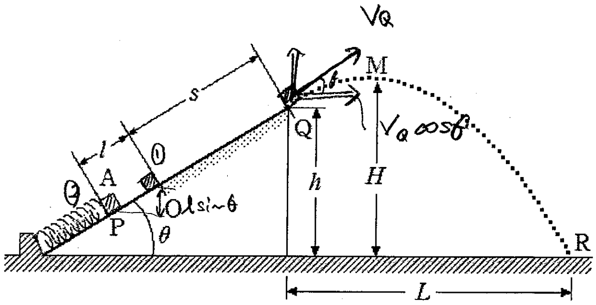
$$= -\frac{1}{2}k\left(x - \frac{\mu mg}{k}\right)^2 + \frac{\mu^2m^2g^2}{2k} - \mu mgl + \frac{1}{2}kl^2$$

よって，$x = \dfrac{\mu mg}{k}$

(1) $\frac{1}{2}kl^2$ (2) $\frac{1}{2}k(l^2 - x^2) - \mu mg(l-x)$ (3) $\frac{2\mu mg}{k} - l$ (4) $\frac{\mu mg}{k}$

13 ★★ ②⑨⑬

図のように、一方の端を固定したばねが水平面から角度θ傾いた斜面に沿って置いてある。ばねの他端は自然の長さのとき点 O の位置にある。質量 m の小物体 A をばねに押しつけて l だけ縮め、点 P で静かに物体を離した。物体は点 O を通過し、ばねから離れて距離 s だけすべった後、斜面の上端の点 Q から飛び出し、h 下方の水平面上の点 R に落下した。斜面は、PO 間はなめらかで、OQ 間はあらく、物体と斜面の間の動摩擦係数は μ' である。ばね定数を k、重力加速度の大きさを g とする。



（1） ばねを押し縮めるためにした仕事はいくらか。（ヒント：この仕事は非保存力だから、〇〇〇〇〇〇〇〇の変化に等しい。力→力学的エネルギーの変化に等しい。

$$E_{あと} - E_{さき} = W$$

$$W = \underbrace{0+0+\frac{1}{2}kl^2}_{あと} - (\underbrace{0+mgl\sin\theta+0}_{さき}) =$$

（2） 点 O での物体の速さ V_O はいくらか。

力学的エネルギー保存則

$$\underbrace{0+0+\frac{1}{2}kl^2}_{P点} = \underbrace{\frac{1}{2}mV_0^2+mgl\sin\theta}_{O点} \qquad V_0=\sqrt{\frac{k}{m}l^2-2gl\sin\theta}$$

（3） 点 Q での物体の速さ V_Q はいくらか。答には V_O を用いること。

力学的エネルギーと、仕事の関係を考えて、

$$\left(\underbrace{\frac{1}{2}\cancel{m}V_Q^2+\cancel{m}g(l+s)\sin\theta}_{P点}\right)-\left(\underbrace{\frac{1}{2}\cancel{m}V_0^2+\cancel{m}gl\sin\theta}_{Q点}\right) = \underbrace{-\mu m g\cos\theta\times s}_{動摩擦力の仕事}$$

$$V_Q^2 = V_0^2-2gs(\sin\theta+\mu\cos\theta)$$

（4） 斜面から飛び出した物体の最高点の高さ H はいくらか。答には V_Q を用いること。

力学的エネルギー保存則より（重力による位置エネルギーの基準点を、水平面にとる。

$$\frac{1}{2}mV_Q^2+mgh = \frac{1}{2}mV_Q^2\cos^2\theta+mgH$$

$$2gH = 2gh + V_Q^2(1-\cos^2\theta) = 2gh+V_Q^2\sin^2\theta \Leftrightarrow H=h+\frac{V_Q^2\sin^2\theta}{2g}$$

（5） 点 R での物体の速さ V_R はいくらか。答には V_Q を用いること。

力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}mV_Q^2+mgH = \frac{1}{2}mV_R^2$$

$$V_R=\sqrt{V_Q^2+2gh}$$

（1）$\frac{1}{2}kl^2-mgl\sin\theta$（2）$\sqrt{\frac{k}{m}l^2-2gl\sin\theta}$（3）$\sqrt{V_O{}^2-2gs(\sin\theta+\mu'\cos\theta)}$

（4）$h+\frac{V_Q{}^2\sin^2\theta}{2g}$（5）$\sqrt{V_Q{}^2+2gh}$