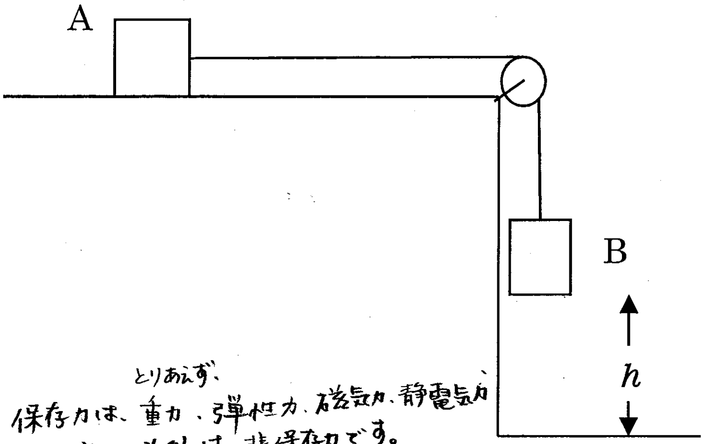
4　２物体連動の場合の力学的エネルギー　創作　☞リードα　基例26・応問108

【Ｉ】図のように、質量 m_A の物体Ａ、質量 m_B の物体Ｂを糸でつなぎ、手で押さえて固定した。このとき物体Ｂは床面から高さ h のところにあった。手の固定を外すと両物体は動きだし、しばらくすると物体Ｂが速さ v で床面に到達した。重力加速度の大きさを g とする。文章中の(　　)にあてはまる言葉を、[　　]にあてはまる式を答えなさい。



とりあえず、保存力は、重力、弾性力、磁気力、静電気力
それ以外は、非保存力です。

まず、物体Ａと水平面の間に摩擦がない場合を考える。物体Ａに働く非保存力には（　ア　）と（　イ　）があり、物体Ｂが床面に達するまでの間に（ア）がする仕事は０であるが、（イ）がする仕事は（イ）の大きさを T とすると[　あ　]である。

垂直抗力　張力　垂直抗力　（α = 90° なので、）　しない

したがって、この間、物体Ａの力学的エネルギーは保存（　ウ　）。この関係を式で表すと、[　い　]＝[あ]である。

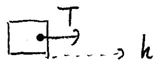
※非保存力がはたらくので、

一方、物体Ｂに働く非保存力には（　エ　）があり、その仕事は[　う　]であるので、Ｂについても力学的エネルギーは保存（　オ　）。

張力

式で表すと、[　え　]＝[う]である。しかし、このＡ、Ｂについての関係式を辺々加えることで、[　お　]＝0 という式が得られ、この式は、Ａ、Ｂの合わせた物体系については力学的エネルギーが保存（　カ　）ことを表している。このような場合は、Ａ、Ｂを合わせて、式を立てることができる。

する！



[あ] について、 $W = Fx\cos\alpha = T\cdot h\cos 0^\circ = Th$

[い] 力学的エネルギー変化 ＝ 非保存力の仕事だから　$\underbrace{\frac{1}{2}m_A v^2 - 0}_{い} = Th$

[う] $W = Fx\cos\alpha = T\cdot h\cos 180^\circ = -Th$

[え] 力学的エネルギー変化 ＝ 非保存力の仕事　$\underbrace{\frac{1}{2}m_B v^2 - m_B gh}_{え} = -Th$

２つを足すと、

$\frac{1}{2}m_A v^2 + \frac{1}{2}m_B v^2 - m_B gh = 0$

降下後の力学的エネルギー　はじめの力学的エネルギー

次に、水平面と物体Ａの間に動摩擦係数を μ' の摩擦がある場合を考える。この場合は、物体Ａに働く非保存力としては（ア）、（イ）、（　キ　）があり、（イ）の仕事は（イ）の大きさを T' として[　か　]、（キ）の仕事は[　き　]である。先ほどと同様に関係式を立てると、[　く　]＝[か]＋[き]となる。一方、物体Ｂに対しては（エ）のする仕事が[　け　]であるので、関係式[　こ　]＝[け]が成り立つ。この場合、物体Ａ、Ｂいずれについても、力学的エネルギーは保存（　ク　）。しかも、２式を辺々加えることで関係式[　さ　]＝[き]となるので、今度はＡ、Ｂを合わせた系についても力学的エネルギーは保存（　ケ　）。この場合は物体系に対して、力学的エネルギーの変化と非保存力の仕事の関係を立式することになる。

垂直抗力　張力　動摩擦力　張力　張力　$+T'h$　$-T'h$　してよい　しない

[き] について、 $W = Fx\cos\alpha = \mu' mg\cdot h\cdot\cos 180^\circ = -\mu' mgh$

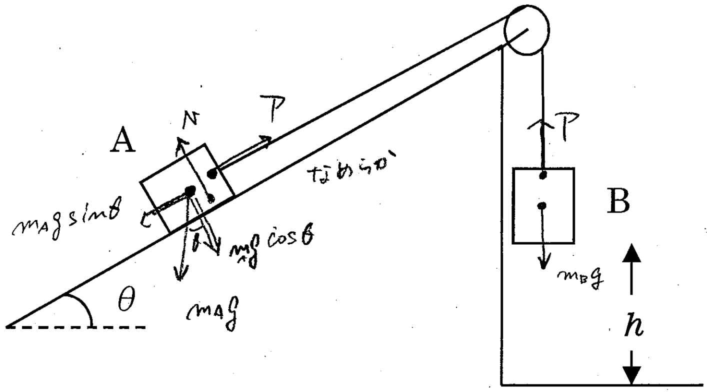
[く] について、　$\underbrace{\frac{1}{2}m_A v^2 - 0}_{力学的エネルギー変化} = \underbrace{+T'h - \mu' mgh}_{非保存力の仕事}$

[こ] について、　$\underbrace{\frac{1}{2}m_B v^2 - mgh}_{} = \underbrace{-T'h}_{非保存力の仕事}$

[き]と[さ]について　$\frac{1}{2}m_A v^2 + \frac{1}{2}m_B v^2 - mgh = -\mu' mgh$

辺々加えると？

【Ⅱ】図のように、質量 m_A の物体 A、質量 m_B の物体 B を糸でつなぎ、手で押さえて固定した。斜面の角度は θ で、このとき物体 B は床面から高さ h のところにあった。手の固定を外したあとの運動について、以下の問に答えなさい。ただし、重力加速度の大きさを g とする。



（1） 斜面がなめらかなとき、手の固定を外すと物体 A は斜面に沿ってすべり上がった。

① 物体 A が斜面をすべり上がるための、m_B が満たすべき条件を求めなさい。

解答例

運動方程式を立ててみる。

$$m_A a = T - m_A g \sin\theta$$
$$m_B a = m_B g - T$$
$$+)\ \overline{(m_A + m_B) a = (m_B - m_A \sin\theta) g}$$

↓ 加速度 a 導く

すべりおりる方向の a は、正である。

$$a = \frac{m_B - m_A \sin\theta}{m_A + m_B} g$$

$a > 0$ として

$$m_B - m_A \sin\theta > 0 \qquad \underline{m_B > m_A \sin\theta}$$

なお $m_B g > m_A g \sin\theta$ でもOK.

② 物体系に力学的エネルギー保存則を適用して、物体 B が床面に達する直前の両物体の速さを求めなさい。

Bが床面に達する直前の力学的エネルギー

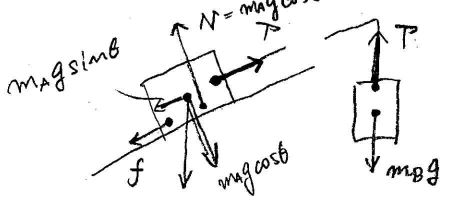
$$\underbrace{\frac{1}{2} m_A v^2 + m_A g h \sin\theta + \frac{1}{2} m_B v^2}\ \underbrace{- m_B g h} = 0$$

はじめの力学的エネルギー

$$v = \sqrt{\frac{2gh(m_B - m_A \sin\theta)}{(m_A + m_B)}}$$

（2） 斜面があらい（静止摩擦係数 μ、動摩擦係数 μ'）とき手の固定を外すと、物体 A は斜面に沿ってすべり上がった。ただし、$\mu > \mu'$ とする。

① 物体 A が斜面をすべり上がるための、m_B が満たすべき条件を求めなさい。



このとき、静止まさつ力は力のつり合いより、

Bについて、$T = m_B g$

$$T - m_A g \sin\theta - f = 0$$
$$f = (m_B - m_A \sin\theta) g$$

f が最大まさつ力 $f_0 = \mu N$ をこえればいいので

$$(m_B - m_A \sin\theta) g > \mu m_A g \cos\theta$$
$$m_B > m_A (\sin\theta + \mu \cos\theta)$$

② 物体系に力学的エネルギー変化と非保存力の仕事の関係を適用して、物体 B が床面に達する直前の両物体の速さを求めなさい。

非保存力の仕事

$$\underbrace{\frac{1}{2} m_A v^2 + m_A g h \sin\theta + \frac{1}{2} m_B v^2}_{\text{床に達する直前の力学的エネルギー}}\ \underbrace{- m_B g h}_{\text{はじめの力学的エネルギー}} = -\mu' m_A g \cos\theta \cdot h$$

$$v = \sqrt{\frac{2gh}{(m_A + m_B)} (m_B - m_A \sin\theta - \mu' m_A \cos\theta)}$$