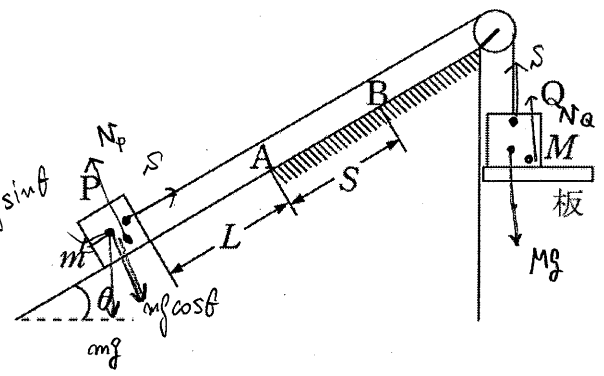
5：確認問題　2物体連動の場合の力学的エネルギー　　2015 宮崎大学改



図のように水平面となす角がθの斜面に質量mの物体Pが置かれている。物体Pは軽い糸で定滑車を通して質量Mの物体Qと結ばれている。はじめ物体Qは板で支えられており，静止している。斜面は点Aの下側ではなめらかであるが，上側ではあらく物体Pとの動摩擦係数はμ'である。重力加速度の大きさをgとする。

問1　物体Qが板で支えられて静止しているとき，以下の設問に答えよ。

(1)　このときの糸の張力を求めよ。

(2)　物体Qが板から受ける垂直抗力の大きさを求めよ。

(1)(2) Pの力のつりあいを考えて、　$S - mg\sin\theta = 0$　$S = mg\sin\theta$

Qの力のつりあいを考えて、　$S + N_Q - Mg = 0$　$N_Q = (M - m\sin\theta)g$

問2　板をはずしたところ，物体Qが落下し始めた。物体Pが板をはずす前の状態から斜面に沿ってLだけ移動し，点Aに到達するまでについて，以下の設問に答えよ。

(3)　「物体Pと物体Qの位置エネルギーの和」は，板をはずしてから物体Pが点Aに到達するまでにいくら変化したか。増加する場合を正として答えよ。

(4)　物体Pが点Aに到達したときの物体Pの速さをvとする。物体PとQの運動エネルギーの和をvを用いて答えよ。

(5)　物体Pが点Aに到達したときの物体Pの速さvをM,m,θ,L,gを用いて表せ。

(3)　Pは、Lだけ斜面をのぼるので、　Qは、Lだけ下降するので、

$+mgL\sin\theta$ 増　$- MgL$ 減

$= gL(m\sin\theta - M)$　回答解は、符号が逆

(4)

$\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2$

実際はマイナス

運動エネルギー増加分　位置エネルギー増加分

$\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2\right) + \left(gL(m\sin\theta - M)\right) = 0$　合わせると…

$v = \sqrt{\frac{2gL(M - m\sin\theta)}{m+M}}$

もっというと、

$\underbrace{\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}Mv^2 + gL(m\sin\theta - M)}_{\text{降下後の力学的エネルギー}} - \underbrace{0}_{\text{降下前の力学的エネルギー}} = 0$

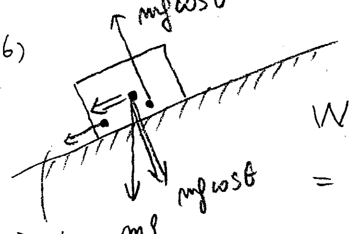
という見方もできる。

問3　物体Pは点Aを通過後，斜面に沿ってSだけ移動し，点Bで止まった。点Aでの物体Pの速さをvとして以下の設問に答えよ。ただし，動摩擦係数μ'を含む形で表せ。

(6)　物体がSだけ動く間に，動摩擦力のした仕事はいくらか。

(7)　AB間の距離Sを求めよ。

(6)



動摩擦力

$f' = \mu' N = \mu' mg\cos\theta$

$W = Fx\cos\alpha$

$= \mu' mg\cos\theta \cdot S\cos 180°$

$= -\mu' mg S\cos\theta$

力学的エネルギー変化と，非保存力の仕事を考えて。

$\underbrace{0 + mgS\sin\theta - MgS}_{\text{B点での力学的エネルギーの和}} - \underbrace{\left(\frac{1}{2}(m+M)v^2 + 0\right)}_{\text{A点でのエネルギー}} = \underbrace{-\mu' mg S\cos\theta}_{\text{その間の非保存力の仕事}}$

位置エネルギーの基準とする

$\therefore S = \frac{(m+M)v^2}{2(m\sin\theta + \mu' m\cos\theta - M)g}$