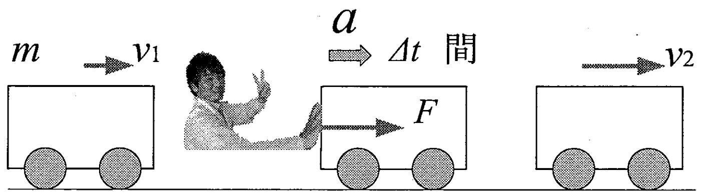
運動量の要点　for 2/15（土）単元テスト

1　次の図を見て、答えなさい

質量 m の台車が速度 v_1 で動いている。この台車に大きさ F の力を図のように Δt 秒間加えたところ、その速度は v_2 となった。



この間の運動について、運動方程式を m,a,F を用いて立式すると、(1 $ma = F$)のようになる。

また、加速度 a を、$v_1,v_2,\Delta t$ を用いて書くと、(2 $\frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$) と書ける。

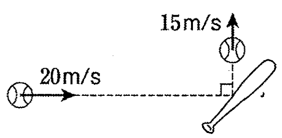
(1)と(2)から、$mv_2 - mv_1 =$ （3 $F\Delta t$ ）という式を導出することが出来る。左辺は（4 運動量 ）[ことば]の変化を、右辺は（5 力積 ）[ことば]と呼ばれる量を表している。

2　空欄にことばを補い、それぞれが適用できる条件を確認しましょう。

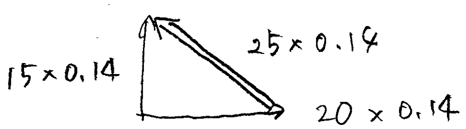
○力学的エネルギー保存則は、(6 非保存力の仕事 ）が（7 0の ）とき、成り立つ。

○運動量保存則は、（8 物体系への外力の力積 ）が（9 0の ）とき、成り立つ。

3　速さ 20m/s で水平に飛んできた質量 0.14kg のボールをバットで打つと，ボールは，90°上向きに速さ 15m/s で飛んでいった。



(1)このとき，ボールがバットから受けた力積の大きさを求めよ。



左図より，25×0.14

$= 3.5$ (N.s)

(2)ボールが受けた平均の力の大きさが 50N、瞬間的な最大値は 200N であることがわかった。このとき、ボールとバットの接触時間はいくらか。

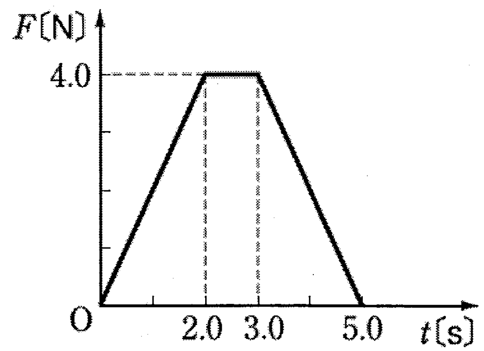
$\bar{F}\Delta t = I$ より，　$\Delta t = \frac{I}{\bar{F}} = \frac{3.5}{50} = 0.070$ (s)

平均　力積

4　質量 3.0kg の物体が x 軸上を正の向きに 5.0m/s の速さで進んできて，原点を通過した瞬間から，時間の経過とともに右図のように変化する力が x 軸の正の向きに加わった。

(1) 0〜5.0 秒の間に物体が力から受けた力積の大きさ I は何 N･s か。

(2) t=5.0s のときの物体の速度 v' は何 m/s か。



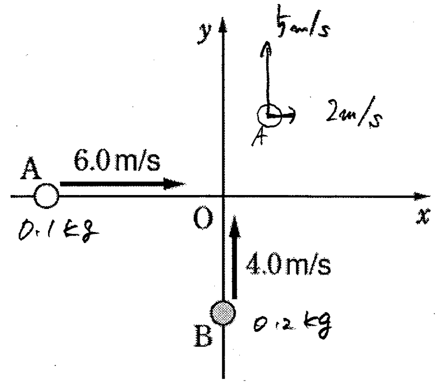
F-t グラフの面積より，

(1) $\frac{1}{2} \times 2 \times 4 + 1 \times 4 + \frac{1}{2} \times 2 \times 4 = 12$ (N・s)

(2) 運動量変化 = 力積

$3 \times v - 3 \times 5 = 12$　　$v = 9.0$ (m/s)

5　なめらかな水平面の x 軸上を正の向きに 6.0m/s の速さで進んでいた質量 0.10kg の小球 A と，y 軸上を正の向きに 4.0m/s の速さで進んでいた質量 0.20kg の小球 B が原点 O で衝突した。衝突後の A の速度の x 成分が 2.0m/s，y 成分が 5.0m/s であるとすると，B はどのような方向へ速さ何 m/s で進んだか。衝突後の B の速度の向きは，x 軸となす角を θ とするときの $\tan\theta$ の値で答えよ。



x方向の運動量保存則

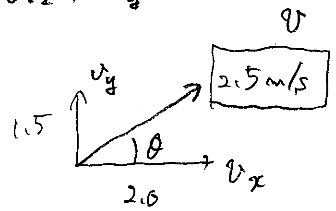
$0.1 \times 6 = 0.1 \times 2 + 0.2 \times v_x$

y方向

$0.2 \times 4 = 0.1 \times 5 + 0.2 \times v_y$

$v_x = 2$ m/s

$v_y = 1.5$ m/s



$\tan\theta = \frac{1.5}{2} = \underline{0.75}$.

1 (1)$ma=F$ (2) $\frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$　(3)FΔt (4)運動量 (5)力積

2 例(6)非保存力のする仕事が(7)0のとき　(8)外力が(9)働かないとき　(8)外力の力積(9) 0 など

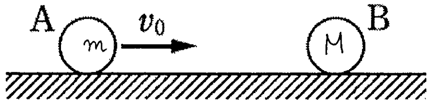
3 (1)3.5 N・s　(2)0.070s　4 (1)12N・s　(2) 9.0m/s　5 (1)2.5m/s　$\tan\theta$ =0.75 の方向

6 (1)$\frac{1}{2} = -\frac{v-V}{v_0 - 0}$　(2)運動量・$mv_0=mv+MV$ (3)$v_A=\frac{(2m-M)v_0}{2(M+m)}$　$v_B=\frac{3mv_0}{2(M+m)}$ (4)3/16 mv_0^2 だけ減少する。

(5)$v_A=\frac{(m-M)v_0}{(M+m)}$　$v_B=\frac{2mv_0}{(M+m)}$ (6)M > m (7) 0　　詳解はこちらから

7 (1)0 ,v_1 ,v_2 (2)ともに $v_0/3$ (3) $v=-v_0/3$ V=$2v_0/3$

6 なめらかな水平面上で静止している質量 M の小球Bに、質量 m の小球Aを速さ v_0 で衝突させる。衝突後、小球Aは速度 v、小球Bは速度 V で運動した。図の右向きを正の向きとする。



【A】衝突の反発係数が 1/2 の場合について，考えてみよう。

$$\frac{1}{2} = -\frac{v-V}{v_0-0}, \quad v-V = -\frac{v_0}{2} \quad ①$$

(1)衝突前後の反発係数に関する関係式を立式しなさい。

(2)この現象について保存するものを明らかにして、保存則に関する式を立式しなさい。

運動量は保存するので、 $mv_0 = mv + MV$

(3)衝突後の小球Aの速度 v と小球Bの速度 V を求めよ。

①×m と $mv - mV = -m\frac{v_0}{2}$

②より $-)\ mv + MV = mv_0$

$-(M+m)V = -\frac{3}{2}mv_0$

$V = \frac{3mv_0}{2(M+m)}$

①×M と $Mv - MV = -\frac{M}{2}v_0$

②より $+)\ mv + MV = mv_0$

$v = \frac{2m-M}{2(M+m)}v_0$ 〃

(4) このとき、衝突前後での力学的エネルギーは保存するか、減少するか、増加するか。簡単のために、$M=m$ として力学的エネルギーの変化量を計算せよ。

M = m のとき.

$v = \frac{2m-m}{2(m+m)}v_0 = \frac{1}{4}v_0$

$V = \frac{3}{4}v_0$

衝突後の運動エネルギー　衝突前の運動エネルギー

$= \left(\frac{1}{2}m\left(\frac{1}{4}v_0\right)^2 + \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{4}v_0\right)^2\right) - \frac{1}{2}mv_0^2$

$= \frac{10}{32}mv_0^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\frac{6}{32}mv_0^2$

$\frac{3}{16}mv_0^2$ 減少した.

【B】衝突が弾性衝突の場合について考えよう。

(5)衝突後の小球Aの速度 v と小球Bの速度 V を求めよ。

e = 1 より.

$1 = -\frac{v-V}{v_0-0}$

$v - V = -v_0 \quad ①'$

①'×m − ②

$mv - mV = -mv_0$

$-)\ mv + MV = mv_0$

$V = \frac{2mv_0}{M+m}$ 〃

①'×M

$Mv - MV = -Mv_0$

$+)\ mv + MV = mv_0$

$v = \frac{m-M}{M+m}v_0$

(6)小球Aが、衝突後図の左方向に進む条件を答えよ。

$v < 0$ であればよく， $\frac{m-M}{M+m}v_0 < 0$ ， $m - M < 0$ より，

$M > m$

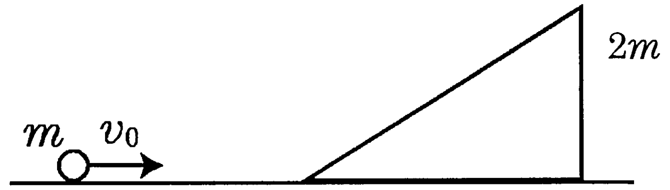
(7)衝突前後での力学的エネルギーの変化量を求めよ。

$\Delta K = K' - K = \left(\frac{1}{2}MV^2 + \frac{1}{2}mv^2\right) - \left(\frac{1}{2}mv_0^2\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{v_0}{M+m}\right)^2\left(4Mm^2 + m(m-M)^2 - (M+m)^2 \cdot m\right)$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{v_0}{M+m}\right)^2\left(4Mm^2 + m^3 - 2Mm^2 + M^2m - M^2m - 4Mm^2 - m^3\right) = 0$. よって

力学的エネルギーは保存する.

7 図のように，なめらかな水平面上に，質量 $2m$ のなめらかな斜面をもつ三角台を置き，この三角台に向けて質量 m の小物体を速さ v_0 で水平面からすべらせた。小物体は，三角台の斜面をすべり上がり，最高点に達した後，斜面をすべり降り，再び水平面に達した。重力加速度を g として、次の問に答えなさい。ただし，はじめの小物体の速度の向きを正とすること。



(1)小物体が最高点に達したときの小物体の水平面に対する速度を v_1、三角台の速度を v_2 とする。このとき、三角台から見た小物体の相対速度は（a　0　）なので、（b　v_2　）−（c　v_1　）＝（a 0）が成立する。（　　）を埋めよ。 よって $v_2 = v_1$

(2) v_1、v_2 を求めよ。

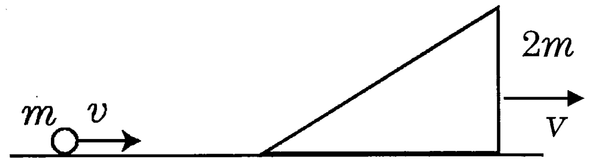
$mv_0 = mv_1 + 2mv_2$

$\Leftrightarrow\ mv_0 = 3mv_1$

$v_1 = \frac{1}{3}v_0, \quad v_2 = \frac{1}{3}v_0$

(3)小物体が再び水平面に達したときの，水平面に対する小物体の速度 v、三角台の水平面に対する速度 V をそれぞれ求めなさい。

(2 通りの方法を試してみること)



〇力学的エネルギーを考えて

運動量保存則より.

$mv_0 = mv + 2mV \quad ①$

力学的エネルギー保存則より.

$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot 2mV^2 \quad ②$

①より. $v = v_0 - 2V$

②に代入し.

$v_0^2 = (v_0 - 2V)^2 + 2V^2$

$= v_0^2 - 4v_0V + 4V^2 + 2V^2$

$6V^2 = 4v_0V$ 　 $V \neq 0$ より

$V = \frac{2}{3}v_0$.

$v = -\frac{1}{3}v_0$

〇反発係数を考えて

e = 1 と考えられるので.

$1 = -\frac{V-v}{0-v_0}$

$V - v = v_0$

①より. $2V + v = v_0$

$+)$

$V = \frac{2}{3}v_0$

$v = V - v_0 = -\frac{1}{3}v_0$