1 2006年　北海道大学 前期日程

図1のように，真空中に間隔d [m]の2つのスリットS_1，S_2を置き，さらにスリットからl [m]離れた位置に，S_1S_2に平行にスクリーンを置く。S_1S_2の垂直二等分線をx軸にとり，x軸とスクリーンが交わる点を原点Oとして，図のようにy軸をとる。スリットS_1の手前(スクリーンの反対側)には，x軸に垂直な断面をもち，屈折率を自由に変えられる長さa [m]の透明な媒質Aが置かれている。ただし，Aの表面での光の反射は無視できるものとする。このとき，以下の文章の$\boxed{\quad}$に適当な数式を入れよ。

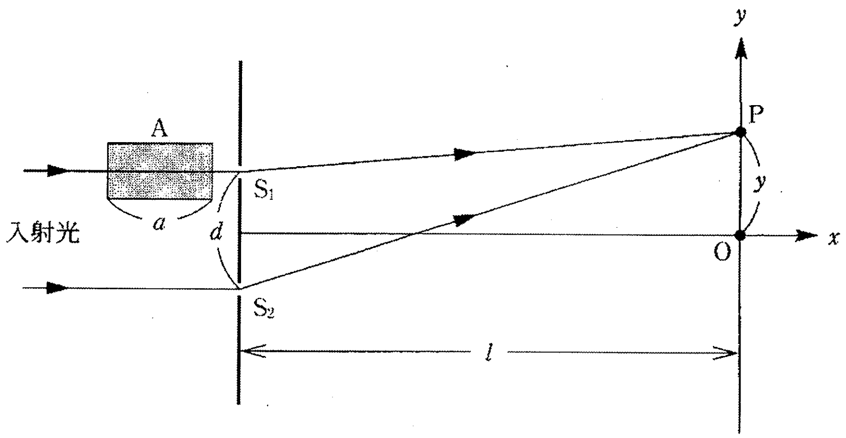


図1

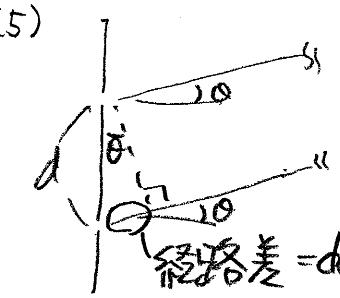
問1　真空中の波長がλ [m]の単色光平面波をx軸に平行にS_1，S_2に入射する。真空中の光の速さをc [m/s]とすると，入射光の振動数は$\boxed{(1)}$ [Hz]である。媒質Aの屈折率がnのとき，Aの中を進む光の速さはcの$\frac{1}{n}$倍となる。振動数は媒質中でも変わらないので，Aの中を進む光の波長はλの$\boxed{(2)}$倍となる。Aの中を光がa [m]進むのにかかる時間は$\boxed{(3)}$ [s]であり，同じ時間に真空中の光は$\boxed{(4)}$ [m]進む。

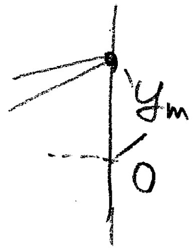
S_1，S_2で回折した光は互いに干渉し，スクリーン上に明暗のしまもようを描く。Aの屈折率が1のとき，点Oおよび点Oの両側に等しい間隔で明線が観測された。点Oの明線を0次，点Oの両側の明線を，点Oに近い方から順に1次，2次，3次，…の明線とよぶことにする。点Oからm次($m=0, 1, 2, \cdots$)の明線までの距離をy_m [m]とすると，両スリットからm次の明線までの経路差は，dおよびy_mがlに比べて十分に小さいものとして，$d\frac{y_m}{l}$ [m]で与えられる。したがって，$y_m=\boxed{(5)}$ [m]となり，隣り合う明線と明線の間隔は，$\boxed{(6)}$ [m]と求められる。

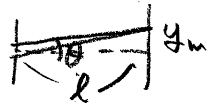
問2　Aの屈折率を時刻$t=0$で1とし，その後，毎秒r [1/s]の割合で増加させたところ，干渉じまはy軸の正方向に移動した。屈折率がnになったとき，最初点Oにあった明線は点Pまで移動した。このとき，経路差$\overline{S_2P}-\overline{S_1P}$と，Aによって生じる光路差$(n-1)a$が等しくなる条件より，点Pの位置は，$y=\boxed{(7)}$ [m]と求められる。明線と明線の間隔は変化しないので，m次の明線が点Oをよぎる時刻をt_mとすると，$rt_ma=\boxed{(8)}$ [m]の関係が成り立つ。したがって，点Oをよぎる明線の数は，毎秒$\boxed{(9)}$個となる。

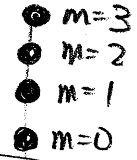
問1
(1) $c=f\lambda$より　$f=\frac{c}{\lambda}$　(2) $\frac{1}{n}$　(3) $\frac{a}{\frac{c}{n}}=\frac{na}{c}$　(4) na

(5)









経路差 $=d\sin\theta$
$\fallingdotseq d\tan\theta$
$=d\frac{y_m}{l}$

経路差の出し方①
②は…

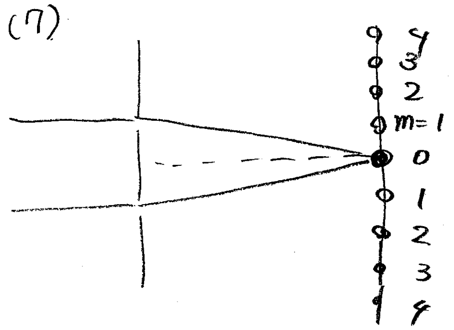
明線条件は
$d\frac{y_m}{l}=m\lambda$
$y_m=\frac{ml\lambda}{d}$

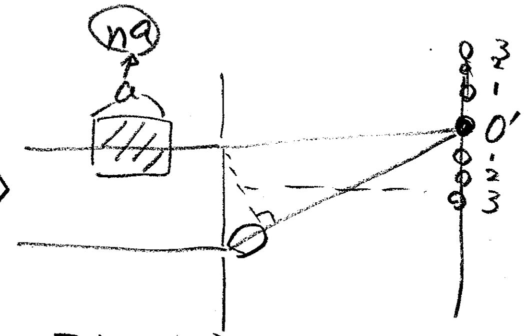
「位置」と「間隔」の違いに注

(6) 明線間隔は
$\Delta y=y_{m+1}-y_m$
$=\frac{l\lambda}{d}$

問2. 屈折率 $n=1+rt$ であることをきちんと理解しよう.

(7)





上ルート
下ルート　同じきょりが0..

同きょりの場所が上にずれるので，
$(n-1)a=d\frac{y}{l}$　$y=\frac{(n-1)al}{d}$

答　問1 (1) $\frac{c}{\lambda}$　(2) $\frac{1}{n}$　(3) $\frac{na}{c}$　(4) na　(5) $\frac{l\lambda}{d}m$　(6) $\frac{l\lambda}{d}$　問2 (7) $\frac{(n-1)al}{d}$　(8) $m\lambda$　(9) $\frac{ra}{\lambda}$

(8) ちなみに，Oの場所では $(n-1)a=m\lambda$ となっているはず。
$rt_ma=m\lambda$

(9) t_mあたりでmコ
$\rightarrow \frac{m}{t_m}=\frac{ra}{\lambda}$

図3に示すヤングの干渉実験を考える。厚さが無視できる平板に，間隔 d[m]の2つのスリット S_1，S_2 があり，平板から距離 L[m]のところに，平板に平行にスクリーンが置かれている。スリット S_1，S_2 の中点を点Cとし，点Cを通り平板に垂直な直線がスクリーンと交わる点を点Oとする。スクリーン上で点Oを原点とし，図3に示す向きに y 軸をとる。また，スリットの間隔 d，および以下の問いで考慮する領域での y 座標[m]の絶対値は，距離 L に比べて十分小さい，すなわち $d << L$ および $|y| << L$ とする。

最初，波長 λ [m]の平面波の単色光が平板の左側から，進行方向が平板に対して垂直になるように，スリット S_1，S_2 に向かって進んでいる。このとき2つのスリットを通って回折した光の干渉によってスクリーン上に現れる干渉じまを観察する。次の問1と問2に答えよ。

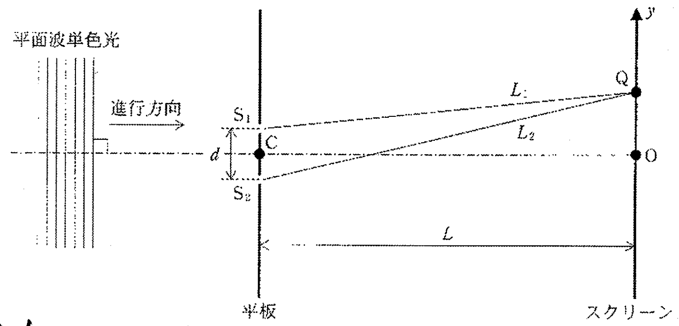


図3

経路差の出し方
その2!

問1 スリット S_1 で回折した光とスリット S_2 で回折した光がともにスクリーンの y 軸上の点Qに達するとき，両者の間に生ずる経路差 ΔL [m]は，スリット S_1 と点Qとの間の距離を L_1 [m]，スリット S_2 と点Qとの間の距離を L_2 [m]とすると，$\Delta L = L_2 - L_1$ で与えられる。経路差 ΔL は，点Qの y 座標を用いて，$\Delta L = \frac{yd}{L}$ で与えられることを示せ。必要であれば，実数 a の絶対値 $|a|<<1$ であるときに成り立つ近似式 $\sqrt{1+a} \fallingdotseq 1+\frac{1}{2}a$ を用いよ。

三平方の定理より

$$L_1=\sqrt{L^2+\left(y-\frac{d}{2}\right)^2}$$
$$=L\sqrt{1+\left(\frac{y-\frac{d}{2}}{L}\right)^2}$$
$$\fallingdotseq L\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{y-\frac{d}{2}}{L}\right)^2\right\}$$

同様に

$$L_2=L\left\{1+\frac{1}{2}\left(\frac{y+\frac{d}{2}}{L}\right)^2\right\}$$
$$\therefore \Delta L=L_2-L_1$$
$$=L\cdot\frac{yd}{L^2}$$
$$=\frac{yd}{L}$$

& 答だけ書けばいいと思 やらない

※今回は「示せ」なので ていねいにやる.

問2 m を整数として，スクリーン上で光が強め合って明るくなる明線の y 座標と，光が弱め合って暗くなる暗線の y 座標を，それぞれ d，L，m，λ を用いて表せ。

明 $\frac{yd}{L}=m\lambda$ より $y=\frac{mL\lambda}{d}$

暗 $\frac{yd}{L}=(m+\frac{1}{2})\lambda$ より $y=\frac{(m+\frac{1}{2})L\lambda}{d}$

次に，図4のように，平面波単色光の進行方向を，紙面に垂直な軸のまわりに，わずかな角度 θ [rad]だけゆっくりと回転したところ，スクリーン上の明線や暗線の位置が，回転する前の位置から Δy [m]だけ移動した。このとき，はじめ明線が観測されていた点Oを暗線が5回通過し，最後にまた点Oに明線が観測されるようになった。次の問3～問5に答えよ。

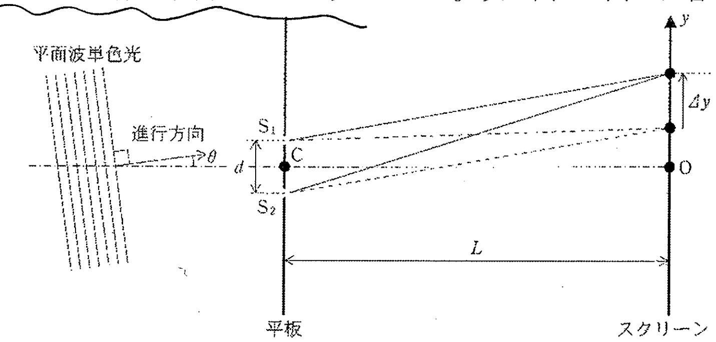
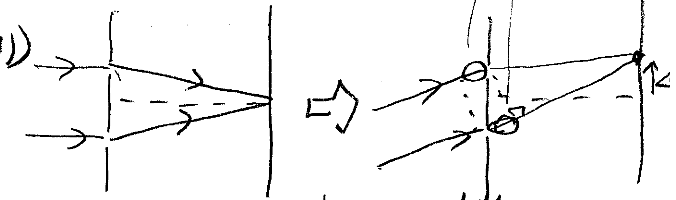


図4

一致すれば同キョリ

問3 Δy を θ と L を用いて表せ。

例えば元々のOの明線(同キョリ)を考えると分かりやすい。



$d\sin\theta=\frac{d\Delta y}{L}$

$\therefore \Delta y=L\sin\theta$

問4 $\sin\theta$ を d と λ を用いて表せ。

$d\sin\theta=5\lambda$ なので

$\sin\theta=\frac{5\lambda}{d}$

問5 平面波単色光の進行方向を角度 θ だけ回転し終わったのち，平面波単色光の波長を λ からゆっくり $\lambda+\Delta\lambda$ [m]に増加させた。すると点Oでは一度暗くなったあと，ふたたび明線が観測された。波長の変化量 $\Delta\lambda$ (ただし $\Delta\lambda>0$)を，λ を用いて表せ。

原点Oは $d\sin\theta=m\lambda$ で明

小 大 の関係.

$d\sin\theta$ が $4\lambda'$ 分になっている.

$d\cdot\frac{5\lambda}{d}=4\lambda'$

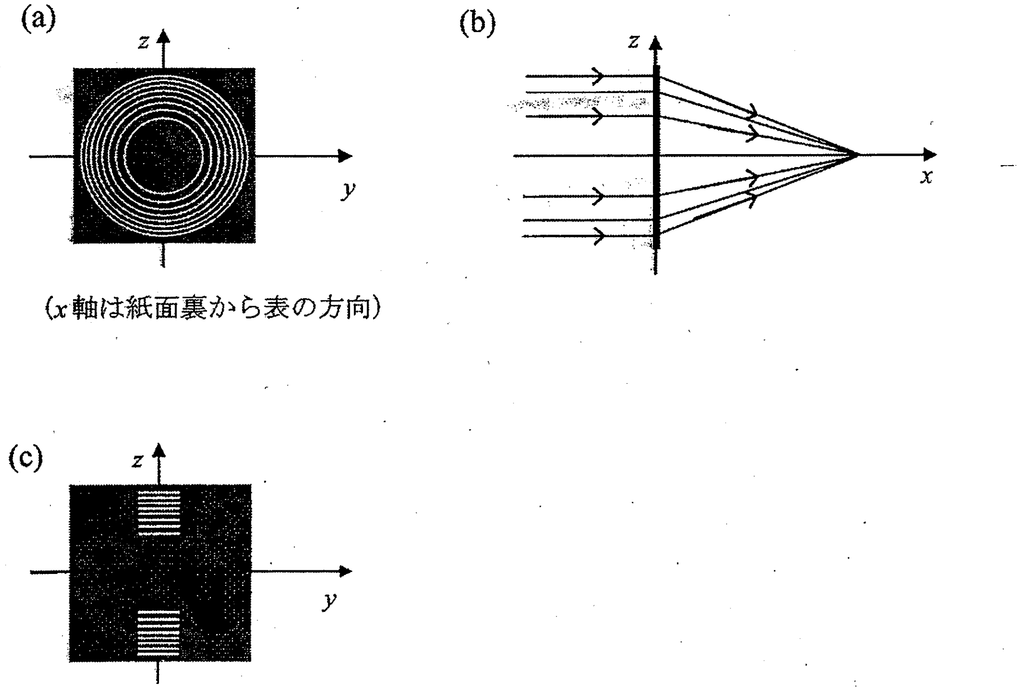
$\therefore \lambda'=\frac{5}{4}\lambda$

$\Delta\lambda=\lambda'-\lambda=\frac{1}{4}\lambda$

答 問1 略 問2 明：$y=\frac{mL\lambda}{d}$、暗：$y=\frac{(m+\frac{1}{2})L\lambda}{d}$ 問3 $\Delta y=L\sin\theta$ 問4 $\sin\theta=\frac{5\lambda}{d}$ 問5 $\frac{1}{4}\lambda$

3　2014年　東京大学　前期日程

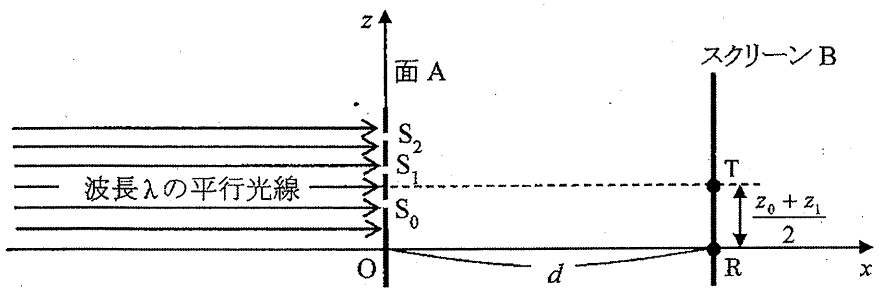
図 3－1(a)のように yz 平面上に設置した等間隔ではない多数の同心円状の細いスリットを用いると，x 軸に平行に入射した光の回折光を図 3－1(b)のように集めて収束させることができる。以下では問題を簡単にするため，同心円状のスリットを図 3－1(c)に示すような直線状の細い平行なスリットで置き換えて，その原理を考えよう。以下の設問に答えよ。



(x 軸は紙面裏から表の方向)

図 3－1

図 3－2 に示すように，x 軸上の原点 O を通り x 軸に垂直な面 A と，面 A から距離 d だけ離れたスクリーン B を考える。y 方向(紙面に垂直)に伸びた細いスリット S_0, S_1, S_2, … を面 A 上の $z = z_0$, z_1, z_2, … $(0 < z_0 < z_1 < z_2 \cdots)$ の位置に配置する。波長 λ の光が，面 A の左側から x 軸に平行に入射し，スリットを通過してスクリーン B に到達する。まず，スリット S_0，S_1 のみを残し，他のスリットを全てふさいだところ，スクリーン B 上に干渉縞が生じた。



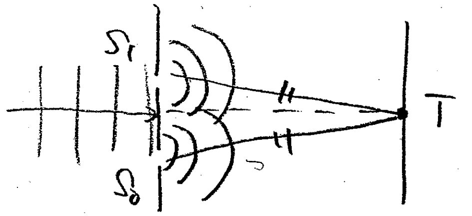
(y 軸は紙面表から裏の方向)

図 3－2

(1)　スクリーン B 上で $z = \dfrac{z_0 + z_1}{2}$ の位置 T にできるのは明線であるか暗線であるか。また，その理由を簡潔に述べよ。

S_0, S_1 で平行光線が同位相

$S_0T = S_1T$ なので。



(2)　スクリーン B 上で，この位置 T より下方(z のより小さい方)に最初に現れる明線を，スリット S_0，S_1 に対する 1 次の回折光と呼ぶ。1 次の回折光が，$z = 0$ の位置 R にあった。z_0，z_1 は d より十分に小さいものとして，d を λ，z_0，z_1 を用いて表せ。必要ならば，近似式 $\sqrt{1+\delta} \fallingdotseq 1 + \dfrac{1}{2}\delta$，($|\delta|$ は 1 より十分に小さいものとする)を用いてよい。

$S_0R = \sqrt{d^2 + z_0^2}$

$= d\sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{d}\right)^2}$

$\fallingdotseq d\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{z_0}{d}\right)^2\right\}$

同様に

$S_1R = d\left\{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{z_1}{d}\right)^2\right\}$

$S_1R - S_0R = \lambda$ より.

$\frac{z_1^2 - z_0^2}{2d} = \lambda$

$\therefore\ d = \dfrac{z_1^2 - z_0^2}{2\lambda}$

次に，$z > 0$ の領域にある合計 N 本の多数のスリットすべてを用いる場合を考える。すべての隣りあうスリットの組 S_n と S_{n+1} $(n = 0, 1, 2, \cdots)$ について，それらの 1 次の回折光が R に現れるためには，その方向が n とともに少しずつ変わるようにスリットを配置する必要がある。このように面 A に N 本のスリットを設置したところ，R に鮮明な明線が現れた。

(3)　このとき n 番目のスリットの位置 z_n は n のどのような関数になっているか。z_n を z_0, n, d, λ を用いて表せ。

(2)より

$z_{n+1}^2 - z_n^2 = 2d\lambda$.

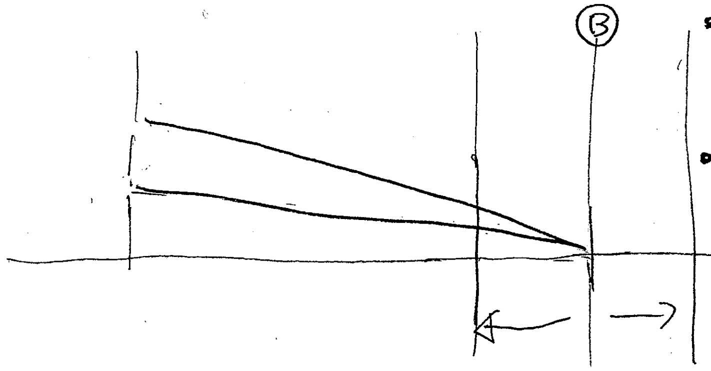
数列 $\{z_n^2\}$ は初項 z_0^2.

公差 $2d\lambda$ の等差数列.

$\therefore\ z_n^2 = z_0^2 + 2nd\lambda$.

$z_n = \sqrt{z_0^2 + 2nd\lambda}$.

(4)　スクリーン B を x 軸に沿って左右に動かすと，他にも $z = 0$ に明線が現れる位置があった。それらの x 座標を R に近い順に 2 つ答えよ。



・右にBをずらすと、キョリの差が減る

→明線条件をみたす位置がない

(あるとすれば $x = \infty$)

・左にBをずらすと、キョリの差が増える

→2λ, 3λ 差が出てくるはず。

$\dfrac{z_1^2 - z_0^2}{2d} = \lambda$

$\times\frac{1}{2}$　$\times\frac{1}{3}$　$\times 2$　$\times 3$

$\therefore\ \dfrac{d}{2},\ \dfrac{d}{3}$.

(5)　左側から平行光線を入射する代わりに，図 3－3 に示すように x 軸上の原点 O から距離 a の点 P に波長 λ の点光源を置き，スクリーン B を x 軸に沿って左右に動かすと，$z=0$ に明線が現れる位置 R′ があった。その x 座標 b を，λ を含まない式で表せ。ただし，$z=z_0$, z_1, z_2, … は a, b より十分に小さく，$a>d$ かつ $b>d$ であるとする。

2入射はないよ！

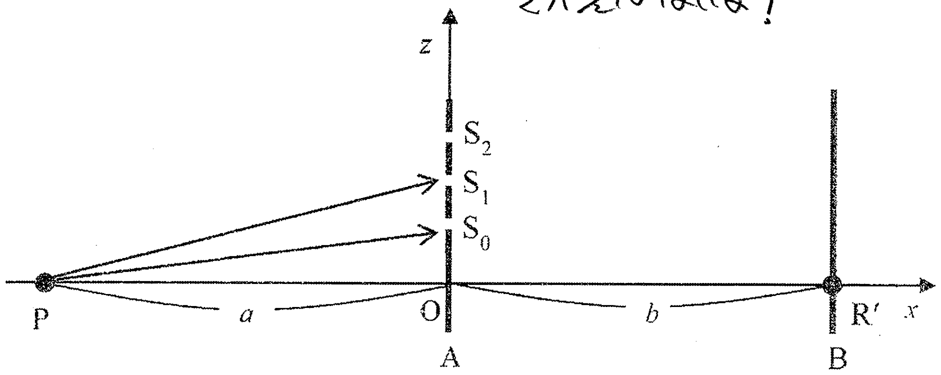


図 3－3

(6)　図 3－4 は，設問(5)の状況において，R′ 近傍に現れる明線の光の強度分布を z の関数として示したものである。ただし，光の強度とは単位時間あたりに単位面積に到達する光のエネルギーである。図 3－1(c)のように，$z<0$ の領域にも $z>0$ の領域と対称にスリットを配置して，スリットの総数を 2 倍にした。このとき，明線の強度や幅が変化した。以下の文中の □ 内に入るべき適当な整数もしくは分数を答えよ。

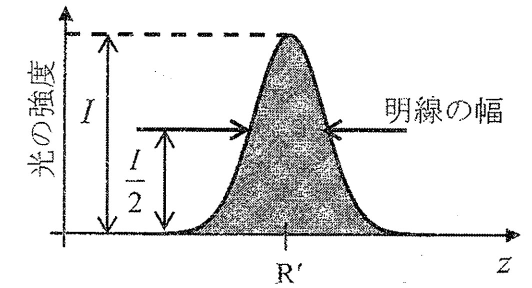


図 3－4

スリットの総数が 2 倍になったので，点 R′ における光の波(電磁波)の振幅は ア 2 倍になる。光の強度は光の波の振幅の 2 乗に比例することが知られているので，点 R′ での光の強度は ア の 2 乗倍になる。一方，明線内に単位時間に到達する光のエネルギーは イ 2 倍になるはずである。このことから，スリット数を 2 倍に増やすと明線の z 方向の幅は，約 ウ $\frac{1}{2}$ 倍となると考えられる。

(5) 前半，後半ともに(2)と同じ様に経路差を考えればよい

例. $\frac{z_1^2-z_0^2}{2a}+\frac{z_1^2-z_0^2}{2b}=\lambda=\frac{z_1^2-z_0^2}{2d}$

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{d}$　　∴ $b=\frac{ad}{a-d}$

答(1)明線　理由…入射する波長 λ の平行光線はスリット S_0，S_1 で同位相であり，それぞれのスリットから T までの経路差が 0 で強め合うから。

(2) $d=\frac{z_1^2-z_0^2}{2\lambda}$　(3) $z_n=\sqrt{z_0^2+2d\lambda n}$　(4) $x=\frac{d}{2}$, $\frac{d}{3}$　(5) $b=\frac{ad}{a-d}$　(6)ア　2　イ　2　ウ　$\frac{1}{2}$