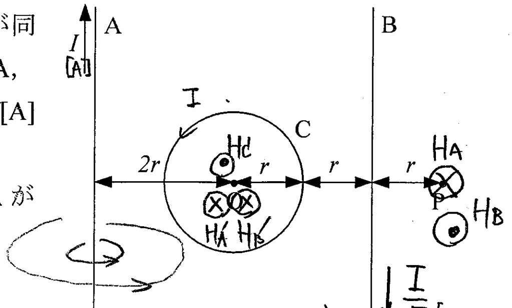
磁場から電流が受ける力の要点　I 氏が作るテスト（9.10 実施）の流出情報を元に。

[1]　図のように、２本の長い直線導線 A,B と円形コイル C が同じ平面内に置かれている。C の半径は r[m]で、その中心 O は A, B から等距離で $2r$[m]の位置にある。はじめ、A にだけ電流 I[A]が上向きに流れていた。



(1)A,B と同じ平面内で B から距離 r[m]右側に点 P がある。A が点 P に作る磁場の向きと大きさ H_A [A/m]を答えよ。

APの距離：5r → $H_A = \dfrac{I}{2\pi \cdot 5r} = \dfrac{I}{10\pi r}$ [A/m]　紙面垂直 表→裏．

(2)P における磁場を 0 にするためには、B にどの向きにいくらの電流 I_B[A]を流せばよいか。

B が P につくる磁場 $H_B = \dfrac{I_B}{2\pi r}$

$H_A = H_B$ とすると、$\dfrac{I}{10\pi r} = \dfrac{I_B}{2\pi r}$ → $I_B = \dfrac{I}{5}$ [A]

磁場が裏→表になればよいので、電流は図の下向きとなる．

(3)B に(2)で求めた電流を流したうえで、点 O の磁場を 0 にしたい。C にどの向きにいくらの電流 I_C[A]を流せばよいか。（まずは、A と B が O に作る磁場 H_A'[A/m]　H_B'[A/m]を求める。）

$H_A' = \dfrac{I}{2\pi \cdot 2r}$　ともに紙面表→裏なので、合成すると、0 の磁場 H'は、

$H_B' = \dfrac{\frac{I}{5}}{2\pi \cdot 2r}$　$H' = \dfrac{I}{4\pi r} + \dfrac{I}{20\pi r} = \dfrac{3I}{10\pi r}$ [A/m]

表→裏を正として、

$\underbrace{\dfrac{3I}{10\pi r}}_{H'} - \underbrace{\dfrac{I_C}{2r}}_{\text{Cがつくる磁場、裏→表．}} = 0$．$I_C = \dfrac{3I}{5\pi}$ [A]

向きは、図より反とけいまわり．

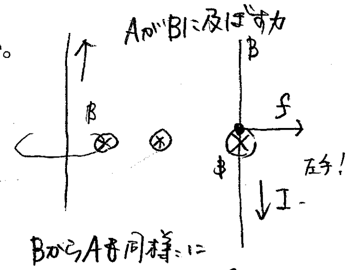
導線 C を流れる電流を再び止めた。このとき、A と B が互いに及ぼしあう力について調べよう。以下、この空間の透磁率を μ_0[N/A^2]とする。

(4)A が B に作る磁場の向きと大きさ H [A/m]を求めよ。また、磁束密度の大きさ B[T]を求めよ。

$H = \dfrac{I}{2\pi \cdot 4r} = \dfrac{I}{8\pi r}$ [A/m]　$B = \mu_0 H = \dfrac{\mu_0 I}{8\pi r}$ [T]

(5)A と B が長さ l [m]の部分に互いに及ぼしあう力の大きさ f[N]はいくらか。
また、その力は引力か斥力か。

$F = IBl = \dfrac{I}{5} \times \dfrac{\mu_0 I}{8\pi r} \times l = \dfrac{\mu_0 I^2 l}{40\pi r}$ [N]



BからAも同様に考えることで、斥力であることが分かる．

チェックポイント

☑直線電流が作る磁場の向きと大きさが分かる（$H= \dfrac{I}{2\pi r}$　）

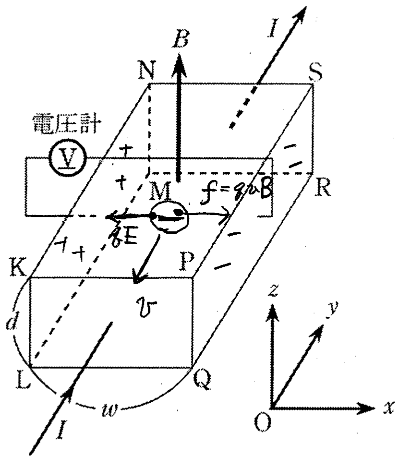
☑磁場の合成ができる

☑円形電流がコイルの中心に作る磁場の向きと大きさが分かる（$H= \dfrac{I}{2r}$　）

☑磁場と磁束密度の関係が分かる（$B= \mu H$　）

☑電流が磁場から受ける力の向きと大きさが分かる　（例えばフレミングの左手、$F= IBl$　）

2 自由電子が移動することによって導体には電流が流れる。導体中の自由電子の数密度（単位体積当たりの個数 n）は，その導体を特徴づける基本的な量の一つである。n を求める実験を考えよう。　図のように，幅が w，高さが h の長方形の断面をもつまっすぐな導体中を大きさ I の電流が y 軸の正の向きに流れている。導体の幅と高さの方向にそれぞれ x 軸と z 軸をとる。また，導体の両方の側面 KLMN と PQRS の間の電位差を測定できるように電圧計が接続されている。電子の電荷を $-e(e>0)$ として，次の問いに答えよ。　[奈良女子大　改]



(1)自由電子はすべて速さ v で y 軸に平行に運動しているものとして，電流の大きさ I を w，d，n，e，v を用いて表せ。

$$I = vSne = \underline{vwdne} \quad \text{—①}$$

(2)この導体に z 軸の正の向きに，磁束密度 B の一様な磁場をかけた。このとき，自由電子 1 個の受けるローレンツ力の大きさはいくらか。また，力の向きは x 軸の正または負のどちらか。

fとして、

$f = evB$、　図のようになるので、x軸正の向き、

(3)自由電子はローレンツ力により，導体側面の一方へ集まり，他方は少なくなる。この結果，両方の側面には互いに反対符号で等しい量の電荷があらわれ，導体内部には x 軸方向に電場が発生する。最終的には，この電場から受ける力と磁場によるローレンツ力がつりあって自由電子は(1)と同じように y 軸に平行に運動する。このときの電場の強さ E を v と B を用いて表せ。

何故、再度電流が流れるようになるのかのこのメカニズムを、説明できることが大事!!

力のつり合いより、

$$eE = evB$$

$$E = \underline{vB}$$

$\Leftrightarrow v = \dfrac{E}{B}$ —②

eE 電場から、
evB 磁場から、
等速

(4)(3)で自由電子が y 軸に平行に運動するようになったとき導体の両方の側面の間の電位差 V を測定した。自由電子の数密度 n を，この V と，I，B，d，e を用いて求めよ。

すべて、測定できる値であることが、ポイント。だから v を消去する。

分からない、

①より、$n = \dfrac{I}{vwde}$ ②より、$= \dfrac{BI}{Ewde}$

一様電場なので

$V = Ed \Leftrightarrow E = \dfrac{V}{w}$ を用いて、$n = \underline{\dfrac{BI}{Vde}}$

チェックポイント

☑電流を、電子の電気量、速さ、導体の断面積および自由電子密度を用いて表せる。($I = vSne$)

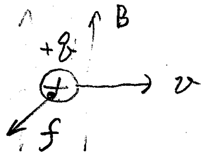
☑磁場中の負電荷に働く力の方向が分かる。(どちらの面に負電荷が帯電するかがわかる)

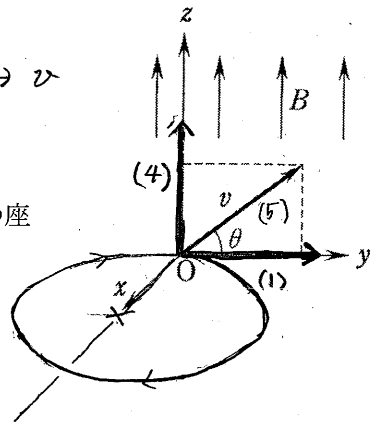
☑ホール電圧が生じながら電流が流れている導体内部の様子を説明できる

☑一様電場が生じているとき、電位差と距離から電場の強さを導出できる。

☑上記の事柄を理解したうえで、磁場と電場からの力を考慮し自由電子密度 n を導出できる。←これが、目的

$\boxed{3}$ z 軸の正の方向に磁束密度 B の一様な磁界がかかっている。質量が m で電気量が $q\,(>0)$ の荷電粒子を、原点 O から yz 平面内で y 軸から角度 θ の方向に一定速度 v で打ち出した。重力の影響は無視することにする。 [奈良女子大＋横浜市立大 改]





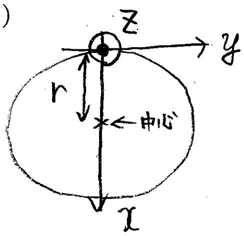
○y 軸の正の方向($\theta=0$)に打ち出した場合を考える。

(1)荷電粒子が磁場から受ける力の大きさはいくらか

$f = qvB$

(2)このとき、荷電粒子は等速円運動する。この等速円運動の中心点の座標(x_0, y_0, z_0)を求めよ。また、１周に要する時間を求めよ。

（Hint:上(z 軸方向)から見た図を描けば半径を求めれば良いことが分かる。）



運動方程式を立式

$m\dfrac{v^2}{r} = qvB$

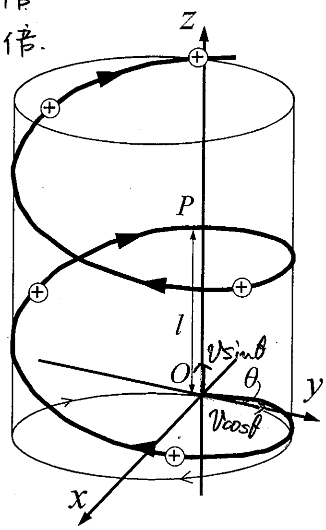
$r = \dfrac{mv}{qB}$ //　よって、$(x_0, y_0, z_0) = \left(\dfrac{mv}{qB}, 0, 0\right)$

(3)入射する速さを２倍にした場合、円運動の半径と周期は何倍になるか。

(2)より、$r = \dfrac{mv}{qB}$ 、rはvに比例
(その他の文字 m, q, B はvによらない)

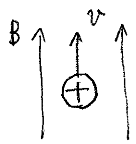
よって、半径は2倍
周期は1倍.

また、$T = \dfrac{2\pi r}{v} = \dfrac{2\pi m}{qB}$ より、Tはvによらない、



○z 軸の正の方向に打ち出した場合$(\theta = \dfrac{\pi}{2})$を考える。

(4)この荷電粒子はどのような運動をするか説明せよ。



磁場と運動方向が平行なので力を受けない

⇔ 等速直線運動をする。

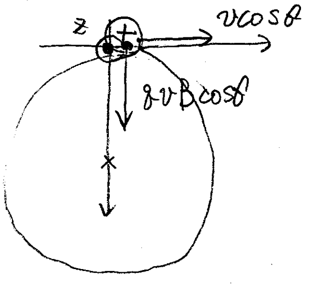
○y 軸との角度 θ $(0<\theta<\dfrac{\pi}{2})$の方向に打ち出した場合を考える。

(5)荷電粒子は図のように運動した。この運動について、xy 平面と z 方向について、それぞれどのような運動をしていると見なせるか、説明せよ。

xy平面で考えれば、磁場と直交する速度成分により、$v\cos\theta$ で等速円運動し、
z方向で考えれば、(4)と同様で、$v\sin\theta$ で等速直線運動をする。

(6)原点 O から荷電粒子が打ち出されてから、次に初めて z 軸と交わるまでの時間を求めよ。

xy平面で考えれば、



図のように、qvBを向心力として円運動する。 $\underbrace{=}_{\text{イコール}}$ 周期T

運動方程式は、

$m\dfrac{(v\cos\theta)^2}{r} = qv\cos\theta B \Leftrightarrow r = \dfrac{mv\cos\theta}{qB}$

$T = \dfrac{2\pi r}{v\cos\theta} = \dfrac{\dfrac{2\pi mv\cos\theta}{qB}}{v\cos\theta} = \dfrac{2\pi m}{qB}$ //

(7)z 軸と交わる交点を P とするとき、OP の距離 l （ピッチ)はいくらか。

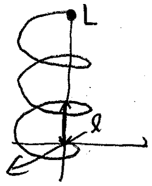
z方向は等速直線運動だから、 $l = v\sin\theta \cdot T = \dfrac{2\pi m v}{qB}\sin\theta$

(8)この粒子は原点 O を出発した後 z 軸上の点 Q(0 ,0 , L)を通過した。OQ 間で 2 回 z 軸を横切った―つまり、3 周分らせん運動をしていたとすると、粒子の速さ v はいくらか。

$L = 3l$

or

$l = \dfrac{L}{3}$



$L = 3\times\dfrac{2\pi m v}{qB}\sin\theta$

$v = \dfrac{qBL}{6\pi m\sin\theta}$ //

チェックポイント

☑磁場中の荷電粒子に働く力の大きさと向きが分かる
☑磁場中の荷電粒子について運動方程式を立式し、円運動の速さと半径の関係式を導出できる
☑等速円運動の周期を計算できる
☑磁場に垂直な速度成分と平行な方向の速度成分によってそれぞれどのような力が生じるか、あるいは生じないかを説明できる。
☑磁場に直交する平面と、平行な方向についてそれぞれの運動の様子が説明できる
☑等速らせん運動のピッチ（1周回る間に磁場と平行な方向にどれだけ進むか）を導出できる

略解　詳解は　http://bibo.capture.jp/3rd　からリンクをクリック　→→→
お手製故の略解の間違いや、誤植等の情報も随時更新予定。

$\boxed{1}$ (1) $\dfrac{I}{10\pi r}$[A/m] 紙面垂直　裏→表　(2) $\dfrac{I}{5}$[A]　図下向き

(3) $\dfrac{3I}{5\pi}$[A] 反時計 (4) $\dfrac{I}{8\pi r}$[A/m] 紙面垂直　表→裏　， $\dfrac{\mu_0 I}{8\pi r}$[T]　(5) $\dfrac{\mu_0 I^2 l}{40\pi r}$[N]　斥力

$\boxed{2}$ (1) $vwdne$ (2) evB　x 軸正の向き　(3) vB (4) $\dfrac{BI}{Vde}$

$\boxed{3}$ (1) qvB (2)座標 $\cancel{(0,0,\frac{mv}{qB})}$ $(\frac{mv}{qB},0,0)$ 時間 $\dfrac{2\pi m}{qB}$ (3)半径 2 倍　周期 1 倍　(4) z 軸に沿って等速直線運動

(5)xy 平面:等速円運動　z 方向:等速直線運動　(6) $\dfrac{2\pi m}{qB}$ (7) $\dfrac{2\pi mv}{qB}\sin\theta$ (8) $\dfrac{qBL}{6\pi m\sin\theta}$

余談 $\boxed{1}$　単位で点数を落とし続けている人は注意！日頃から付ける or 付けないを判断するクセを。
$\boxed{3}$(8) もし単に「点 Q(0 ,0 , L)を通過した。」という条件たけが与えられた場合には、何周分運動したかが分からないので、速さは決まらない。その場合は自然数 n(=1,2,3…)を用いて $\dfrac{qBL}{2\pi m\sin\theta}\times\dfrac{1}{n}$ といった具合に表すのが適当である。　荷電粒子の運動は力学と電磁気の知識双方が問えるので入試では頻出。また、計算量が少なく凡ミスが少ない為、とにかく得点差がつきやすい。
ある意味、「実生活における身近さや重要性≠入試における重要度」の好例といえる。