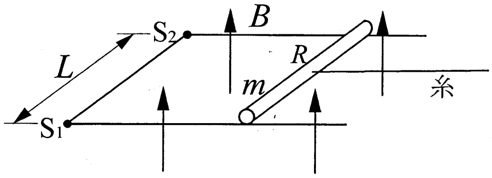
電磁誘導の確認プリント　単元テストに向けて

作問をするＩ氏。「計算スペースが足りない」というつぶやきもあった。今回は今まで以上にボリュームのある内容になりそうだ。

1 図のように，水平面上に２本の平行な導体のレールが間隔 L[m]で敷かれていて，レールの左端の端子 S_1 と端子 S_2 の間が導線でつながれている。レールの上には，質量 m[kg]，長さ L[m]，電気抵抗 R[Ω]の円柱形の金属棒が置かれている。金属棒には糸がつけられていて，なめらかに滑らせることができる。また，2 本のレールの間には一様な磁場が鉛直上向きにかかっており，その磁束密度の大きさは B[T]である。回路の金属棒以外の部分の抵抗および電流によって生じる磁場は無視できるものとする。重力加速度の大きさは g[m/s^2]とする。

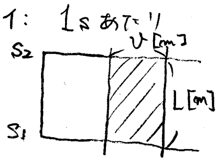


(1)　最初に，糸を右方向に手で引っ張り，一定の速さ v[m/s]で滑らせる。このときに，端子 S_1 と端子 S_2 の間の導線に流れる電流の向きは (ア) である。この電流が作る閉回路の囲む面積が単位時間あたり (イ) [m^2/s]で増加するので，回路に生じる誘導起電力の大きさは (ウ) [V]となり、流れる電流の大きさは (エ) [A]である。また，導体棒が磁場から受ける力を考えれば，このとき手が糸を引く力の大きさは (オ) [N]でなければならない。

また、このとき単位時間あたりに手が金属棒に対してする仕事は $W=$ (カ) [W]であり，単位時間あたりに金属棒で発生するジュール熱は (電流と電圧の積になるから)$P=$ (キ) [W]である。

ア：レンツの法則 or フレミング右手

イ：1sあたり



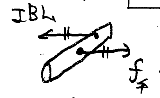
$vL\,[\mathrm{m^2}] = \left(\frac{\Delta S}{\Delta t}\right)$ 増加。

ウ．$|V| = \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{B\Delta S}{\Delta t} = BvL\,[\mathrm{V}]$

エ．オームの法則

$I = \frac{V}{R} = \frac{BvL}{R}$ [A]

オ



フレミング左手より、磁場からの力は左向き。

$f_手 = IBL = \frac{B^2L^2v}{R}$

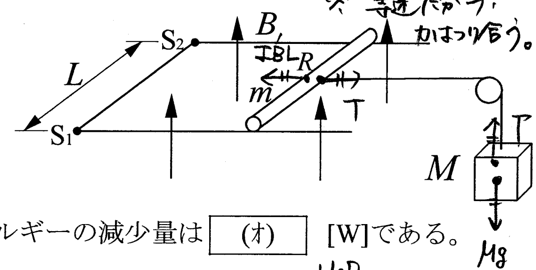
カ　$W = \frac{F \cdot x}{t} = Fv = \frac{B^2L^2v^2}{R}$

キ　$P = IV = I^2R = \left(\frac{BvL}{R}\right)^2 \times R = \frac{B^2L^2v^2}{R}$

一致する。辻褄が合っている。

(2)　次に，図のように，糸の端に質量 M[kg]のおもりをつけ，滑車を使って鉛直方向に垂らす。最初に金属棒を手でおさえて静止させた後，静かに手を離すと金属棒はレールの上を水平に右へ動き出し加速するが，やがて十分に時間が経過すると，金属棒の動く速さは一定になる。このときの金属棒の動く力は、大きさ (ア) [N]の張力と，速さを v[m/s]として大きさが (イ) [N]と書ける磁場からの力である。これらの力の関係から一定となったときの金属棒の速さは (ウ) [m/s]であり，このとき単位時間あたりに抵抗 R[Ω]の金属棒で発生する熱量は (エ) [W]，単位時間あたりのおもりの位置エネルギーの減少量は (オ) [W]である。ただし，(エ)(オ)は v を用いずに解答すること。

※等速だから，力はつり合う。



ア　図より，$T = Mg$

イ　$V = vBL$

$I = \frac{V}{R} = \frac{vBL}{R}$

$F = IBL = \frac{vB^2L^2}{R}$

ウ　力のつり合いより，$Mg = \frac{vB^2L^2}{R}$

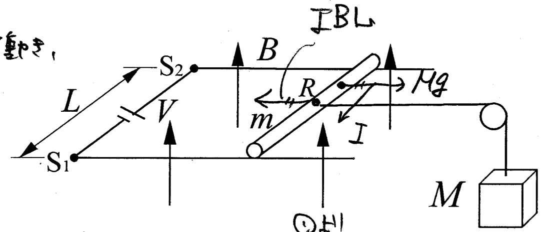
$v = \frac{MgR}{B^2L^2}$

エ．$P = I^2R = \left(\frac{\frac{MgR}{B^2L^2}BL}{R}\right)^2 R = \frac{M^2g^2R}{B^2L^2}$

オ．$\Delta U = Mgv = \frac{M^2g^2R}{B^2L^2}$

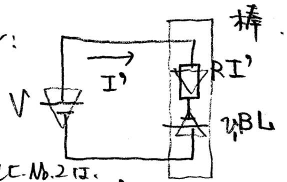
一致、位置E ↓ ジュール熱となっている。

(3)　つづいて，図のように，左端の端子 S_1 と端子 S_2 をつないでいる導線をはずして，代わりに，端子 S_1 と端子 S_2 の間に電圧 V[V]の電源を接続する。金属棒を手でおさえて静止させているとき，金属棒を流れる電流によって金属棒が磁場から受ける力は図の［　(ｱ)　］向きである。次に，静かに手を離すと金属棒はレールの上を水平に右へ動き出し始めた。その後金属棒の速さは，十分に時間が経過すると一定値 v_1[m/s]になる。このとき回路に流れる電流は，キルヒホッフの法則より［　(ｲ)　］[A]であり、金属棒に働く力の関係から，v_1=［　(ｳ)　］[m/s]である（B,L,M,g,R,V を用いて）ことがわかる。単位時間あたりにおもりが失う位置エネルギーは［　(ｴ)　］[W] 抵抗 R[Ω]の金属棒で発生する熱量は［　(ｵ)　］[W]，単位時間あたりに電源がした仕事は［　(ｶ)　］[W]であり位置エネルギーと電源の仕事がジュール熱に変わっている事が分かる。



ア：フレミング・左手．

イ：



キルヒ No.2 は，

$+V - RI' + v_1BL = 0$

よって，

$I' = \dfrac{V + v_1BL}{R}$

ウ．磁場からの力 張力が働き，棒はつり合うから．

$I'BL = Mg$ —①

$\Leftrightarrow \dfrac{V + v_1BL}{R} \cdot BL = Mg$

$\Leftrightarrow v_1 = \dfrac{1}{BL}\left(\dfrac{MgR}{BL} - V\right)$

エ $\Delta U = Mgv_1$

あえて展開して書くと，

$= \dfrac{M^2g^2R}{BL^2} - \dfrac{MgV}{BL}$ //

オ．$P' = I'^2R$　$I' = \dfrac{Mg}{BL}$ を代入し，①より

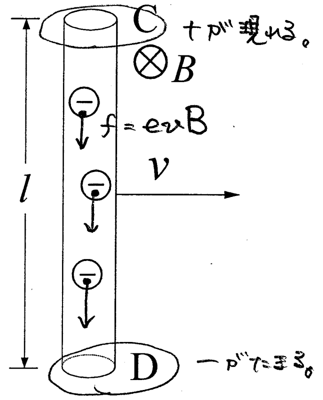
$= \dfrac{M^2g^2R}{B^2L^2}$

カ $W = \dfrac{QV}{t} = I'V = \dfrac{MgV}{BL}$

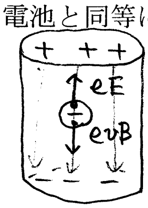
より，(エ)＋(カ)＝(オ)となっている。

2 誘導起電力の発生のメカニズムを考えてみよう。図に示すように、磁束密度 B[T]の一様な磁場に垂直に置かれた長さ l [m]の 1 本の導体棒 CD を、棒自身にも磁場にも直角方向に速度 v [m/s]で動かしてみる。導体棒中の、電荷$-e$[C]の自由電子は、棒とともに速度 v[m/s]で動くから、磁場によるローレンツ力を受ける。 その大きさは f=［　(1) evB　］[N]で、その向きは［　(2) $C \to D$　］フレミング である。自由電子はこの力の向きに移動する。その結果、棒の［　(3)　］D 端は負に帯電し、［　(4)　］C 端は正に荷電する。

右図参照，



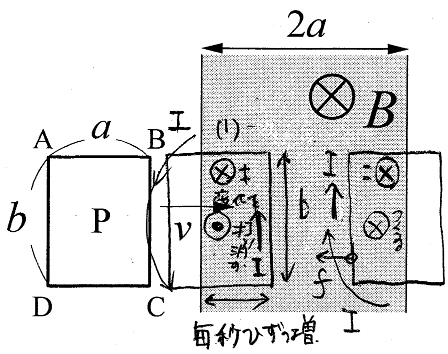
これらの電荷により、棒 CD 中には強さ E[V/m]の一様な電場が生じる。残りの自由電子はこの電場から電気力も受けることになる。その大きさは F=［　(5) eE　］[N]で、その向きはローレンツ力と［　(6) 逆　］向きである。したがって、電子の移動はやがて終わり、電場の強さは E =［　(7)　］[V/m]となる。そして 棒の［　(8)　］C 端は［　(9)　］D 端より電位が V=［　(10)　］[V]だけ高い。こうして、導体棒 CD は、電位の高い方がプラスとなるような起電力 V[V]の電池と同等に考えることができる。これを誘導起電力とよぶ。



(7)．左図のようになり，移動がとまる。力のつり合いから，$eE = evB \Leftrightarrow E = vB$ —①

(10) 一様電場なので，$V = Ed \overset{①より}{=} vBl$ ，

$\boxed{3}$ 辺の長さ a[m]と b[m]の長方形のコイル ABCD があり(以下、P とよぶ)。その全抵抗は R[Ω]である。灰色で示した幅 $2a$[m]の領域には、紙面に垂直に表から裏へ向かう方向に、磁束密度 B[T]の一様な磁場が加えられている。P を磁場に垂直な方向に一定の速度 v [m/s]で動かす。時間を t[s]で表し、辺 BC が磁場領域に達した時を t=0[s]とする。



(1) $0 \leqq t \leqq a/v$ において、P に誘導される起電力の大きさは $\boxed{(ア)}$ [V]であるから、P を流れる電流の強さは $\boxed{(イ)}$ [A]で P は磁場から $\boxed{(ウ)}$ の向きに $\boxed{(エ)}$ [N]の力を受けている。

(ア) $V = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\frac{\Delta S}{\Delta t} = Bvb$ [V] 図より。

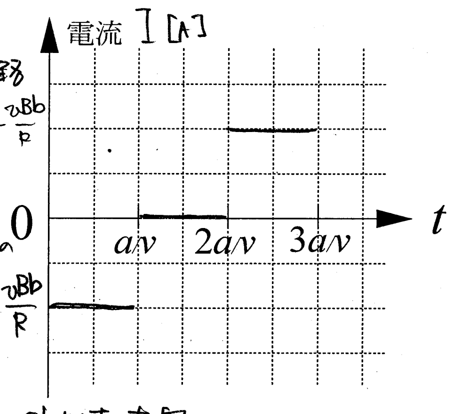
フレミングより、辺BCの2*、左向きに力を受ける。 合力は左向き。

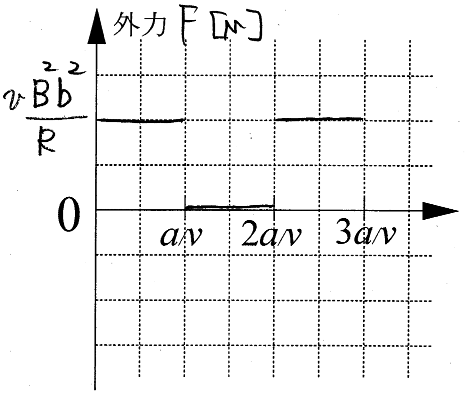
(イ) $I = \frac{Bvb}{R}$ [A]　　(エ) $F = IBb = \frac{Bv^2b^2}{R}$

(2) $0 \leqq t \leqq 3a/v$ において、P を流れる電流と t との関係を図に示せ。最大値と最小値も示すこと。ただし、時計回りを電流の正の向きとする。

(3) $0 \leqq t \leqq 3a/v$ において、P に加えている外力と t との関係を図に示せ。最大値と最小値も示すこと。ただし、P の速度の向きを力の正の向きとする。

図より
灰色のゾーンに回路全体があるとき、
$V=0, I=0, F=0$
右側りが、磁場の外にあるとき、
$V=Bvb$, 時
$I=\frac{Bvb}{R}$, 計回り。
ローレンツ力左向き、外力は、右向き



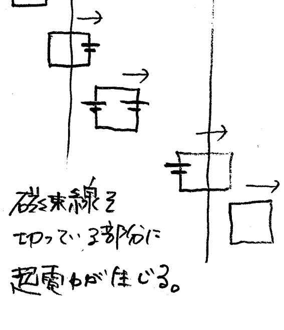


(4) P が磁場領域を完全に通過し終える間に、発生した全熱エネルギーを求めよ。

$Q = W_{(外力の仕事)} = \overset{入るとき・出るとき}{2 \times F \cdot a} = 2 \times \frac{vB^2b^2}{R} \cdot a = \frac{2avB^2b^2}{R}$ [N]

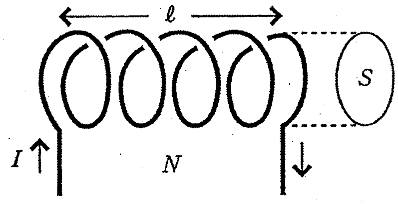
(5)表のように時間帯を区切るとき、各時間帯でコイルの AB,BC,CD,DA の各部分に生じている起電力の大きさはいくらか。時計回りの電流を生じる起電力を正とする。

時間帯	AB	BC	CD	DA	和（全体）
$t<0$	0	0	0	0	0
$0 \leqq t < a/v$	0	$-vBb$	0	0	$-vBb$
$a/v \leqq t < 2a/v$	0	$-vBb$	0	$+vBb$	0
$2a/v \leqq t < 3a/v$	0	0	0	$+vBb$	vBb
$3a/v < t$	0	0	0	0	0



磁束線を切っている部分に起電力が生じる。

4 下の文は、ソレノイドコイルが作る磁場について述べたものである。( )に入る式を $S, l, N, I, \mu, \Delta t, \Delta I$ を用いて答えよ。



図のように、断面積 S、長さ l、巻き数 N の ソレノイドコイルの矢印の向きに、電流 I が流れている。このとき、ソレノイドコイルの単位長さあたりの巻き数は $n = \frac{N}{l}$ $\boxed{(1)}$ であり、内部に生じる磁場の強さ H は $H=\boxed{(2)}$ である。内部の透磁率を μ とすると磁束密度 B は $B=\boxed{(3)}$ となり、コイルを貫く磁束 Φ は $\Phi=\boxed{(4)}$ となる。

ここで、電流 I を微小時間 Δt の間に ΔI だけ増加させると、電磁誘導の法則よりコイルに生じる誘導起電力の大きさ V は、$V=\Delta\Phi/\Delta t=\boxed{(5)}$ となる。一般に、コイルに生じる誘導起電力の大きさを $V = L\frac{\Delta I}{\Delta t}$ と表すとき、L を自己インダクタンスと呼ぶ。図のソレノイドについては (5)のまちがい ~~(4)~~ より $L=\boxed{(6)}$ と表される。

(2) $H = nI = \frac{NI}{l}$

(3) $B = \mu H = \frac{\mu NI}{l}$

(4) $\Phi = BS = \frac{\mu NSI}{l}$

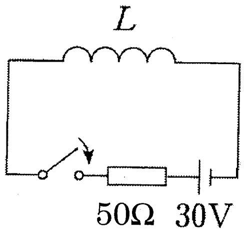
(5) $V = N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = N\frac{\Delta}{\Delta t}\left(\frac{\mu NSI}{l}\right)$

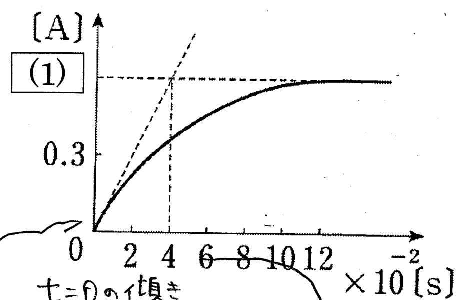
変数は I, t

$V = \underbrace{\frac{\mu N^2 S}{l}}_{(6)} \frac{\Delta I}{\Delta t}$

L より

5 図のような回路を組み、スイッチを入れたところ、回路を流れる電流の時間変化はグラフのようになった。





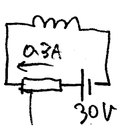
$t=0$ の傾き

$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{0.6}{4\times10^{-2}} = 15$ —①

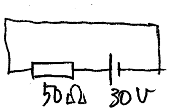
(1)グラフの(1)に当てはまる数値はいくらか。

(2)コイルの自己インダクタンスはいくらか。

(3)回路に 0.30A が流れている瞬間、単位時間あたりの電流の変化量 $\Delta I/\Delta t$ はいくらか。



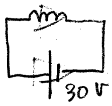
(1) 長時間後、コイルは導線になる。



このようになるから。

$I = \frac{30}{50} = 0.60$ (A)

(2) つないだ直後は、$I=0$ だから。



キルヒホッフ No2

$+30 - L\frac{\Delta I}{\Delta t} = 0$ ①より。

$L = \frac{30}{\frac{\Delta I}{\Delta t}} = \frac{30}{15} = 2.0$ (H)

(3) 抵抗 $V_R = 50\times0.3 = 15$V

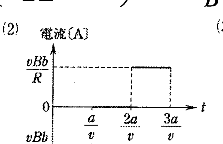
コイルの $V_L = 30-15 = 15$V

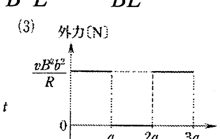
$\frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{V}{L} = \frac{15}{2} = 7.5$ (A/s)

略解 1 (1)(ア) S_1 から S_2 (イ) Lv (ウ) BLv (エ) $\frac{B^2L^2v}{R}$ (オ) $\frac{B^2L^2v^2}{R}$ (カ) $\frac{B^2L^2v^2}{R}$ (2)(ア) Mg (イ) $\frac{B^2L^2v}{R}$ (ウ) $\frac{MgR}{B^2L^2}$ (エ) $\frac{M^2g^2R}{B^2L^2}$ (オ) $\frac{M^2g^2R}{B^2L^2}$ (3)(ア)左 (イ) $\frac{V+v_1BL}{R}$ (ウ) $\frac{1}{BL}\left(\frac{MgR}{BL}-V\right)$ (エ) $\frac{M^2g^2R}{B^2L^2}-\frac{MgV}{BL}$

2 (1) evB (2) C→D (3) D (4) C (5) eE (6)反対 (7) vB (8) C (9) D (10) vBl

3 (1)(ア) vBb (イ) vBb/R (ウ) B→A (エ) vB^2b^2/R (2)(3)………………





(4) $2vB^2b^2a/R$ [J] (5)略(AB,CD は全時間帯 0。BC, DA は単位時間で切る磁束の本数を考える)

4 (1) $\frac{N}{l}$ (2) $\frac{NI}{l}$ (3) $\frac{\mu NI}{l}$ (4) $\frac{\mu NSI}{l}$ (5) $\frac{\mu N^2S}{l}\frac{\Delta I}{\Delta t}$ (6) $\frac{\mu N^2S}{l}$

5 (1) 0.6 (2) 2.0H (3) 7.5(A/s)

詳解と誤り訂正はこちら