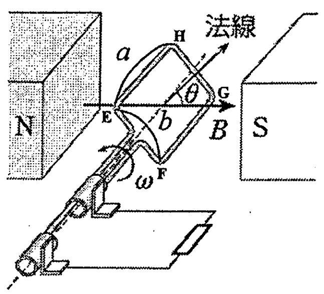
交流回路の基本　単元テストに向けて



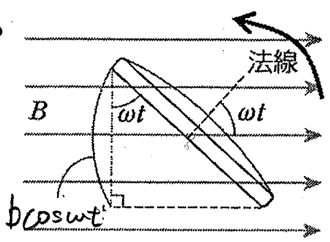
[1] 図１のように，磁束密度 B の一様な磁場中で，辺の長さが a と b の長方形コイル EFGH を，磁場に直交する軸のまわりに一定の角速度 ω で回転させる。コイルの面の法線が磁場の方向となす角を θ とする。

このコイルに生じる誘導起電力を２通りの方法で検討してみよう。

①コイルを貫く磁束 Φ を t で表し、その変化を計算する方法。

(1)時刻 0 において $\theta=\omega t=0$ である。

このときコイルを貫く磁束 Φ の大きさはいくらか。 $\Phi = BS = Bab$



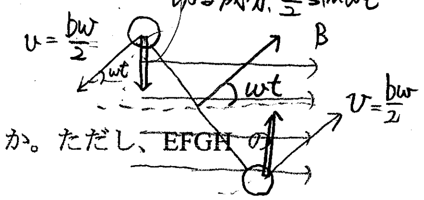
(2)時刻 t のときにコイルを貫く磁束 Φ はいくらか。$\Phi(t)$をかけ。ただし，$t=0$ の状態のコイルを貫く磁束の向きを正とする。(右の図で「面積の変化」を考察すること。)

$$\Phi = BS = Bab\cos\omega t$$

(3)ファラデーの電磁誘導の法則によれば、誘導起電力 V は単位時間当たりにコイルを貫く磁束の変化に相当し、$V=-d\Phi/dt$　とかける。 (2)の結果を微分することで、このコイルに生じる誘導起電力を求めよ。 ただし、$t=0$ の直後に生じた起電力の向きを正とする。

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}(Bab\cos\omega t) = Bab\omega\sin\omega t$$

実際に磁束線を切る成分 $\frac{b\omega}{2}\sin\omega t$



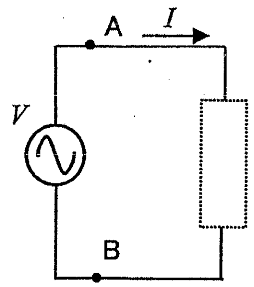
②コイルの各辺の部分に生じる起電力を足し合わせる方法

(1)辺 HE および辺 FG の速さはいくらか。 $v = r\omega = \frac{b}{2}\omega$

(2)図の状態においてコイルの各辺に生じている誘導起電力はそれぞれいくらか。ただし、EFGH の順（向き）に電流を流そうとする起電力を正とする。 ➡

EF	FG	GH	HE	回路合計
磁束線をひらない　0	$Bva = B\frac{b\omega}{2}\sin\omega t \times a$	切らない　0	$vBa = \frac{Bab\omega}{2}\sin\omega t$	$Bab\omega\sin\omega t$

[2] 図の点線の中に、抵抗値 R の抵抗または自己インダクタンス L のコイル、または電気容量 C のコンデンサーを接続する。この時の様子をまとめた右上の表を完成させたい。以下の問いに答えよ。ただし，電流は矢印の向きを正とする。電圧は A が B より高電位の時を正とする。



(0)交流の角周波数を ω とする。コイルとコンデンサーのリアクタンスはそれぞれいくらか。 $X_L = \omega L$　$X_C = \frac{1}{\omega C}$

(1)交流電圧 $V=V_0\sin\omega t$ を加えるとき、回路に流れる電流 I を①～③に記入せよ。

(2)交流（電流）$I=I_0\sin\omega t$ が回路に流れるとき、AB 間の電圧 V を④～⑥に記入せよ。

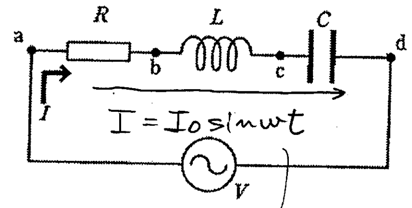
(3)交流電圧の実効値 V_e と交流の実効値 I_e の関係式を⑦～⑨に記入せよ。

(4)消費電力の時間平均を⑩～⑫に記入せよ。

	(1)$V=V_0\sin\omega t$ を加える	(2)$I=I_0\sin\omega t$ が流れている	(3)実効値 V_e, I_e の関係	(4)消費電力の時間平均 $\overline{P}$
R R	① $I = \left(\frac{V}{R}\right) = \frac{V_0}{R}\sin\omega t$	④ $V = RI = RI_0\sin\omega t$	⑦ $V_e = RI_e$	⑩ $\overline{P} = \frac{1}{2}I_0V_0 = I_eV_e$
L ωL	② ($\frac{\pi}{2}$おくれる) $I = -\frac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$	⑤ ($\frac{\pi}{2}$すすむ) $V = \omega LI_0\cos\omega t$	⑧ $V_e = X_LI_e = \omega LI_e$	⑪ $\overline{P} = 0$
C $\frac{1}{\omega C}$	③ ($\frac{\pi}{2}$すすむ) $I = \omega CV_0\cos\omega t$	⑥ ($\frac{\pi}{2}$おくれる) $V = -\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$	⑨ $V_e = X_cI_e = \frac{I_e}{\omega C}$	⑫ $\overline{P} = 0$

最大値は $I_0 = \frac{V_0}{X}$　　最大値は $V_0 = XI_0$

[3] 図のように、抵抗値 R の抵抗、自己インダクタンス L のコイル及び電気容量 C のコンデンサーを直列に連結する。その両端 a,b に、a が b よりも高電位である時を正として、電圧 $V=V_0\sin\omega t$ の交流電源を接続する。時刻 t において、図中の矢印の向きに流れる電流 I を $I=I_0\sin\omega t$ とする。



が共通なので、表の(2)を考えていく発想。

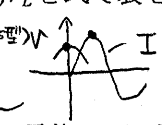
(1)時刻 t において、抵抗にかかる電圧(b に対する a の電位)V_R を式で表せ。

最大値 $V_{0R} = RI_0$ ¦ IからみたVの位相 ずれなし。 ¦ $V_R = RI_0\sin\omega t$

(2)時刻 t において、コイルにかかる電圧(c に対する b の電位)V_L を式で表せ。

ただし、暗記はダメ。(Iがcos型のこともあるので)

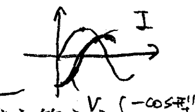
$V_{0L} = X_LI_0 = \omega LI_0$ ¦ $\frac{\pi}{2}$進む ¦ $V_L = \omega LI_0\cos\omega t$



(3)時刻 t において、コンデンサーにかかる電圧(d に対する c の電位)V_C を式で表せ。

リアクタンスと位相のずれから考えられるようにしておく。

$V_{0C} = X_cI_0 = \frac{I_0}{\omega C}$ ¦ $\frac{\pi}{2}$遅れる ¦ $V_C = -\frac{I_0}{\omega C}\cos\omega t$

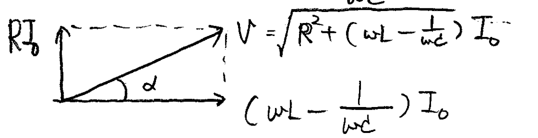


(4)$V= V_R+ V_L+ V_C$ の関係を用いて，下の（ア）（イ）に入る式を答えよ。

$V=$(ア $\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$)$\times I_0\sin(\omega t+\alpha)$　　ただし、$\tan\alpha =$（イ $\frac{R}{\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)}$ ）

V_0

$$V = RI_0\sin\omega t + \left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)I_0\cos\omega t$$



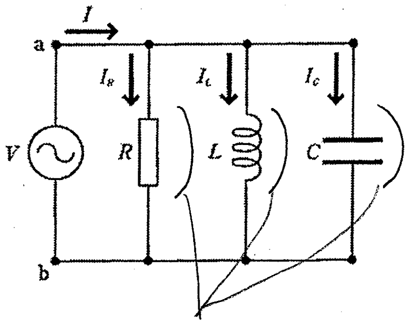
(5)電源電圧 V の最大値 V_0 はいくらか。

$$V_0 = \sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\,I_0$$

(6)回路全体のインピーダンスはいくらか。

$$Z = \sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

4 図のように、抵抗値 R の抵抗、自己インダクタンス L のコイル及び電気容量 C のコンデンサーを並列に接続するその両端 a,b に、a が b よりも高電位である時を正として、電圧 $V=V_0\sin\omega t$ の交流電源を接続する。時刻 t において、図中の矢印の向きに流れる電流 I を I_R, I_C, I_L とする。

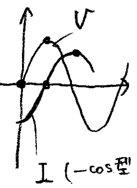


(1)時刻 t において、抵抗に流れる電流 I_R を式で表せ。

最大値 $I_{0R}=\dfrac{V_0}{R}$ 。 V に対する I の位相 ずれなし $I_R=\dfrac{V_0}{R}\sin\omega t$

(2)時刻 t において、コイルに流れる電流 I_L を式で表せ。

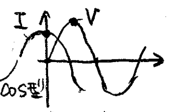
$I_{0L}=\dfrac{V_0}{X_L}=\dfrac{V_0}{\omega L}$ $\dfrac{\pi}{2}$ 遅れる $I_L=-\dfrac{V_0}{\omega L}\cos\omega t$



$V=V_0\sin\omega t$ が共通なので、表面の表の(1)を考えるのに近い。やはり、暗記せずに、($V=V_0\cos\omega t$ かもしれないので)リアクタンスと位相のずれから考えられるようにしておく。

(3)時刻 t において、コンデンサーに流れる電流 I_C を式で表せ。

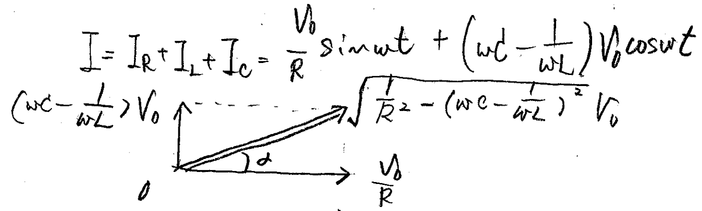
$I_{0C}=\dfrac{V_0}{X_C}=\omega CV_0$ $\dfrac{\pi}{2}$ 進む $I_C=\omega CV_0\cos\omega t$



(4)回路全体を流れる電流 I は、図中の矢印の向きを正として、次の式で表される。下の（ア）（イ）に入る式を答えよ。

$I=$(ア $\underbrace{\sqrt{\dfrac{1}{R^2}-\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)^2}}_{I_0}$)$\times V_0\sin(\omega t+\alpha)$ ただし、$\tan\alpha=$（イ $R\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)$ ）

$I=I_R+I_L+I_C=\dfrac{V_0}{R}\sin\omega t+\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)V_0\cos\omega t$



$\tan\alpha=\dfrac{\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)V_0}{\frac{V_0}{R}}=R\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)$

(5) I の最大値 I_0 はいくらか。

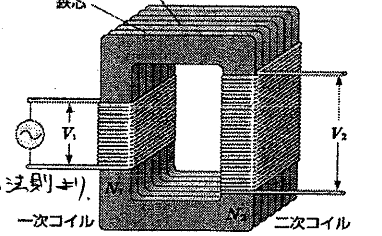
$I_0=\sqrt{\dfrac{1}{R^2}-\left(\omega C-\dfrac{1}{\omega L}\right)^2}\ V_0$

(6)回路全体のインピーダンスはいくらか。

$I_0=\dfrac{V_0}{Z}$ より、 $Z=\dfrac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2}-\left(\omega C-\frac{1}{\omega L}\right)^2}}$ $\left(\dfrac{1}{Z}\right)$

5 交流の変圧器について以下の問いに答えなさい。

(1)理想的な変圧器では、１次コイルと２次コイルの巻き数の比 $N_1:N_2$ と、入力電圧と出力電圧の比 $V_1:V_2$ の間に $N_1:N_2=V_1:V_2$ の関係があることを示しなさい。



一次側の電圧 V_1 と磁束の変化 $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ の関係は、ファラデーの法則より

$V_1=N_1\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ —① よって、①と②より

二次側は、

$V_2=N_2\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ —② $\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{N_1}{N_2}$ ⇔ よって、 $V_1N_2=V_2N_1$ //

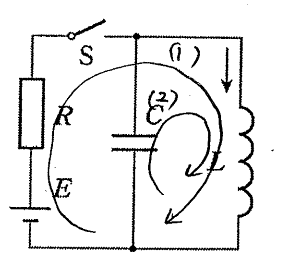
(2)巻き数の比が $N_1:N_2=1:10$ の時、１次側と２次側の電流の比 $I_1:I_2$ はいくらになるか。

電力は１次側と２次側で変わらないので、

$P_1=P_2$ ⇔ $I_1V_1=I_2V_2$ ⇔ $I_1:I_2=V_2:V_1=N_2:N_1=10:1$

(おまけ)一般に発電所から消費地までは変圧器を用いて電圧をあげて送電されている。高電圧で送電することで、送電線で失われるエネルギーが小さくなることを説明しなさい。「電力」と、「送電線の(消費)電力」を、区別する。分からない人は、質問に・・・。

6 図のような，抵抗値 R〔Ω〕の抵抗，電気容量 C〔F〕のコンデンサー，自己インダクタンス L〔H〕のコイル，内部抵抗の無視できる起電力 E〔V〕の電池，スイッチ S からなる回路がある。次の各問に答えよ。



(1) スイッチ S を閉じてから十分に時間が経過したとき，コイルに流れる電流は一定値となった。この電流 I_0〔A〕を求めよ。

キルヒホッフの第２法則 $=0$（電流一定）

$+E-RI_0-L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}=0$ より、 $I_0=\dfrac{E}{R}$〔A〕 と等価。

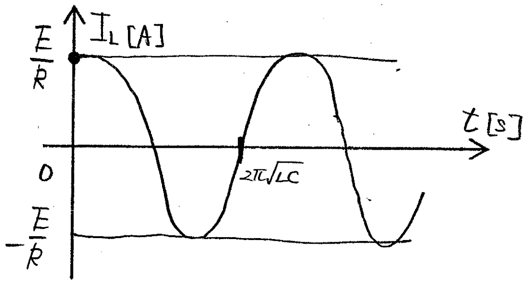
(2)このとき、コンデンサーに蓄えられている電気量 Q_1[C]はいくらか。

キルヒホッフ No.2 とうが並列なので $L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}=\dfrac{Q}{C}$ より、 $Q=0$〔C〕（注：なお、コンデンサーには一旦電気量がたまり、流出して０になる。）

(3) (1)のあと，スイッチ S を開くと，コイルとコンデンサーからなる回路に振動電流が流れた。振動電流の周期 T〔s〕を求めよ。

$\omega LI_0=\dfrac{I_0}{\omega C}$ ⇔ $\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ ⇔ $f=\dfrac{\omega}{2\pi}=\dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ [Hz] $T=\dfrac{1}{f}=2\pi\sqrt{LC}$ [s]

(4) 振動電流が流れているとき，コイルに流れる電流 I_L〔A〕と時間 t〔s〕との関係の概略を，縦軸に電流 I_L，横軸に時間 t をとってグラフに示せ。ただし，電流の向きは，図の矢印の向きを正とし，スイッチ S を開いた時刻をグラフの横軸の原点とする。



コイル…（つまり回路全体）に、電流が流れ(最大値)ている状態からスタートするので、＋cos 型になる。

(5) コンデンサーにたくわえられる電気量の最大値 Q_0〔C〕を求めよ。

エネルギーは保存するので、

$\underbrace{\dfrac{1}{2}\dfrac{Q_0^2}{C}}_{最大のとき}=\underbrace{\dfrac{1}{2}L\left(\dfrac{E}{R}\right)^2}_{最大のとき}$ ⇔ $Q_0=\dfrac{E}{R}\sqrt{LC}$ [C]

略解

1 ①(1)Bab (2)$Bab\cos\omega t$ (3) $Bab\sin\omega t$ ②(1)$b\omega/2$ (2)左から 0, $Bab\sin\omega t/2$,0, $Bab\sin\omega t/2$, $Bab\sin\omega t$

2 (0)$1/\omega C$,ωL ①$V_0\sin\omega t/R$ ②-$V_0\sin\omega t/\omega L$ ③$\omega CV_0\cos\omega t$ ④$RI_0\sin\omega t$ ⑤$\omega LI_0\cos\omega t$ ⑥- $I_0\cos\omega t/\omega C$ ⑦RI_e ⑧ωLI_e ⑨$I_e/\omega C$ ⑩$I_0V_0/2$ ⑪0 ⑫0

3 (1) $RI_0\sin\omega t$ (2) $\omega LI_0\cos\omega t$ (3) - $I_0\cos\omega t/\omega C$ (4)(ア)$\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}$ (イ) $(\omega L-1/\omega C)/R$ (5) $\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}I_0$ (6) $\sqrt{R^2+(\omega L-1/\omega C)^2}$

4 (1)$V_0\sin\omega t/R$ (2) -$V_0\sin\omega t/\omega L$ (3) $\omega CV_0\cos\omega t$ (4) (ア) $\sqrt{1/R^2+(\omega C-1/\omega L)^2}$ (イ) $(\omega C-1/\omega L)R$ (5) $\sqrt{1/R^2+(\omega C-1/\omega L)^2}V_0$ (6) $1/\sqrt{1/R^2+(\omega C-1/\omega L)^2}$

5 (1)略 ただし、教科書総合物理 2 P208 参照 (2)10:1

6 (1) $\frac{E}{R}$〔A〕 (2)0 (3) $2\pi\sqrt{LC}$〔s〕 (5) $\frac{E}{R}\sqrt{LC}$〔C〕 (4)

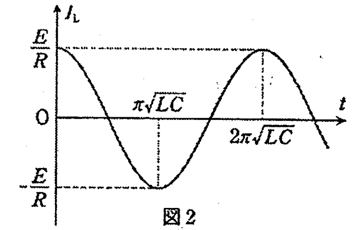


図２

詳解は 10 月 25 日未明公開予定