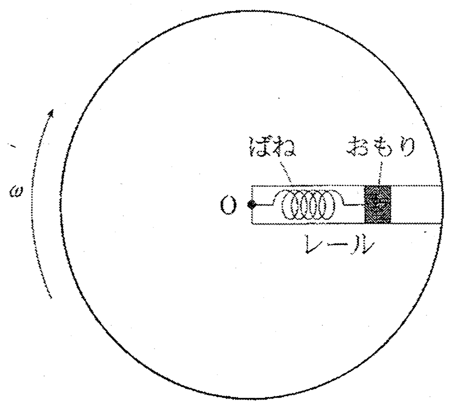
2011年　金沢大学　後期日程

【2】

図 2a のように水平な円板の半径方向にレールを取り付け，レール上に大きさの無視できる質量 m[kg]のおもりを置いた。おもりはレール上のみを動く。円板の中心 O にばねの一端を固定し，もう一端をおもりに取り付けた。ばねの自然長は l[m]，ばね定数は k[N/m]とする。重力加速度の大きさを g[m/s^2]とする。問 1 から問 6 までは，おもりとレールの間の摩擦は無視する。

はじめ円板は静止している。おもりを円板の外側に引っ張ってばねの長さを A[m]とし，時刻 0[s]で手を離すと，おもりは単振動をはじめた。

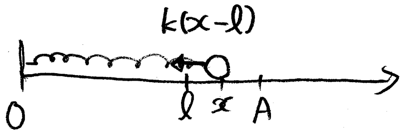


円板を鉛直上方から見た図

図 2 a

A-ℓ [m]

問 1　おもりの単振動の振幅と周期を求めなさい。



$F=-k(x-\underbrace{\ell}_{中心})$ より

$m\{-\omega^2(x-\ell)\}=-k(x-\ell)$　　$\therefore\ \omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$

$T=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ [s]

問 2　最初にばねが自然長 l になる時刻を求めなさい。

$\frac{1}{4}$周期を求めればよい　　$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$ [s]

問 3　おもりの加速度の大きさの最大値を求めなさい。

$a=-\frac{k}{m}(x-\ell)$ より．$x=A$で 最大

$\therefore\ \frac{k}{m}(A-\ell)$ [m/s^2]

問 4　おもりの速さの最大値を求めなさい。

力学的エネルギー保存則

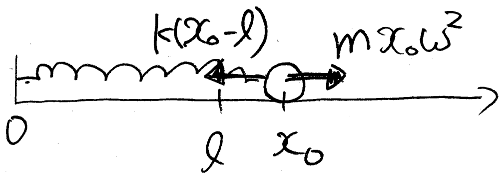
$\frac{1}{2}k(A-\ell)^2=\frac{1}{2}mv_{max}^2$　　$v_{max}=(A-\ell)\sqrt{\frac{k}{m}}$ [m/s]

次に，円板が水平面内で，O を中心に一定の角速度 ω [rad/s]で回転している場合を考える。

観測者 → 円板とともに回転

問 5　おもりが振動することなく円板に対し静止しているとき，ばねの長さを求めなさい。

遠心力入りで．力のつり合い．



$k(x_0-\ell)=mx_0\omega^2$

$x_0=\frac{k}{k-m\omega^2}\ell$ [m]

ばね定数

問 6　問 5 の状態から，ばねの長さが B[m]となるまで円板の外側におもりを引っ張り，離すと，おもりは円板に対して単振動をはじめた。単振動の振幅と周期を求めなさい。

中心

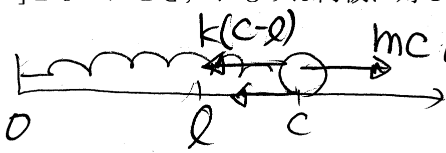
$F=-k(x-\ell)+mx\omega^2=-(k-m\omega^2)x+k\ell=-(k-m\omega^2)\left(x-\frac{k\ell}{k-m\omega^2}\right)$

従って．

振幅 $B-\frac{k}{k-m\omega^2}\ell$，周期 $2\pi\sqrt{\frac{m}{k-m\omega^2}}$

次に，おもりとレールの間に摩擦力が働く場合を考える。静止摩擦係数は μ とする。円板が静止した状態で，円板の外側におもりを引っ張り，ばねの長さを C[m]とした。このとき，おもりは静止していた。

問 7　円板の角速度が徐々に増して ω_m [rad/s]となったとき，おもりは円板に対して滑りはじめた。ω_m の大きさを求めなさい。



ここまで最大摩擦力なので

$k(C-\ell)+\mu mg=mC\omega_m^2$

$\omega_m=\sqrt{\frac{k(C-\ell)+\mu mg}{mC}}$

問 8　おもりに働く静止摩擦力 f [N]と円板の角速度 ω との関係を表すグラフを，図 2b の選択肢の中から選び，記号で答えなさい。ただし，fは円板の中心 O から外向きを正とする。

まずは向きをちゃんと考える →

$f=mC\omega^2-k(C-\ell)$

2次関数

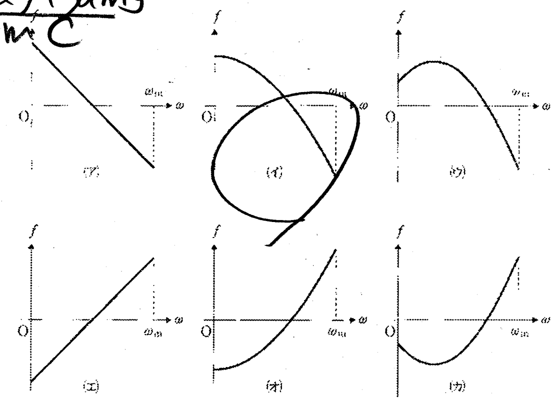


図 2 b

問 9　$\omega=0$ および $\omega=\omega_m$ での f の値をそれぞれ求めなさい。

$\omega=0$　$f=k(C-\ell)$

$\omega=\omega_m$　$f=-\mu mg$

問1　振幅 $A-l$　周期 $2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$　問2　$\frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{m}{k}}$　問3　$(A-l)\frac{k}{m}$　問4　$(A-l)\sqrt{\frac{k}{m}}$　問5 $\frac{k}{k-m\omega^2}l$

問6　振幅 $B-\frac{k}{k-m\omega^2}l$　周期 $2\pi\sqrt{\frac{m}{k-m\omega^2}}$　問7 $\omega_m=\sqrt{\frac{k(C-l)+\mu mg}{mC}}$　問8(イ)

問9　$\omega=0$のとき $f=k(C-l)$，$\omega=\omega_m$のとき $f=-\mu mg$