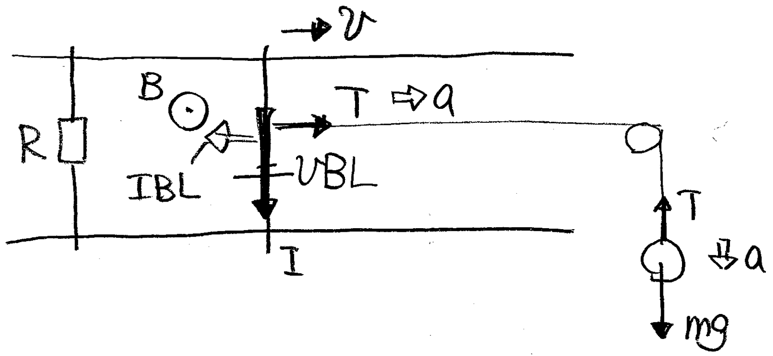
2015 九州大学 (11/1 学習会)



問1. vBL [V], Q

問2. $I=\frac{vBL}{R}$ [A], P→Q.

問3. $IBL=\frac{vB^2L^2}{R}$ [N] （ちなみに左）

問4.

$$\underbrace{mg = T}_{\text{おもりについて}} \underbrace{= \frac{vB^2L^2}{R}}_{\text{棒1について}} \text{ より.}$$

$$v=\frac{mgR}{B^2L^2} \text{ [m/s]}$$

※ちなみに、十分時間が経つ前は.

運動方程式

$$\boxed{\begin{aligned} &\text{棒1}: ma = T - \frac{vB^2L^2}{R} \\ &\text{おもり}: ma = mg - T \end{aligned}}$$

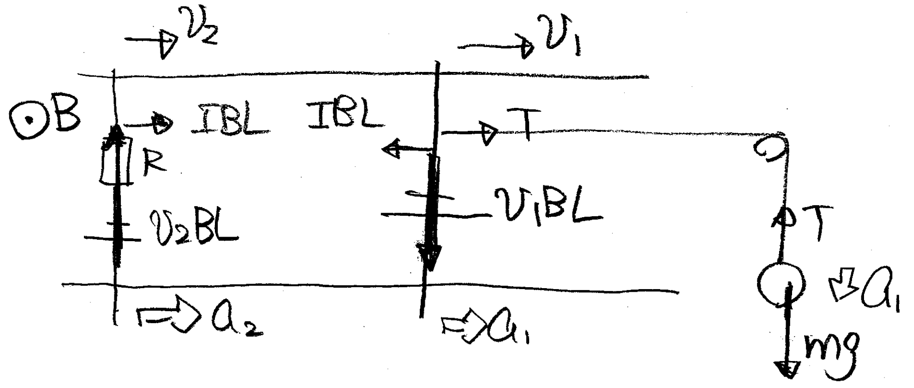
→page2へ

⇓

$$2ma = mg - \frac{vB^2L^2}{R}$$

$$a = \frac{1}{2}g - \frac{vB^2L^2}{2mR}$$

$a=0$ より $v=\frac{mgR}{B^2L^2}$ [m/s]



問5. 右.

問6. $v_1BL - v_2BL - RI = 0$ より

$$I=\frac{(v_1-v_2)BL}{R} \text{ [A]}$$

問7.

$$ma_1 = T - \frac{(v_1-v_2)B^2L^2}{R}$$

$$2ma_2 = \frac{(v_1-v_2)B^2L^2}{R}$$

問8. $ma_1 = mg - T.$

問9. $\boxed{a_1=a_2 \text{ となるのを信じることにして.}}$ →page2へ

問7.8の式は.

$$ma_1 = T - \frac{(v_1-v_2)B^2L^2}{R}$$

$$2ma_1 = \frac{(v_1-v_2)B^2L^2}{R} \quad \cdots ⊛$$

$$\begin{array}{rl} +) & ma_1 = mg - T. \\ \hline & 4ma_1 = mg \end{array}$$

$$\therefore a_1 = \frac{1}{4}g \text{ [m/s}^2\text{]}$$

⊛ へ代入して. $v_1 - v_2 = \frac{mgR}{2B^2L^2}$ [m/s]

問10. $P=RI^2$

$$\frac{(v_1-v_2)^2B^2L^2}{R} = \left(\frac{mgR}{2B^2L^2}\right)^2 \times \frac{B^2L^2}{R}$$

$$= \frac{m^2g^2R}{4B^2L^2} \text{ [J/s]}$$

Q1. 導体棒①の運動は実際にどうなるのか？

$$\begin{aligned} ma &= T - \frac{vB^2L^2}{R} \\ +)\ ma &= mg - T \\ \hline ma &= mg - \frac{vB^2L^2}{R} \end{aligned}$$

$a = \frac{dv}{dt}$ より

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{vB^2L^2}{mR}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\frac{B^2L^2}{mR}\left(v - \frac{mgR}{B^2L^2}\right)$$

⇩

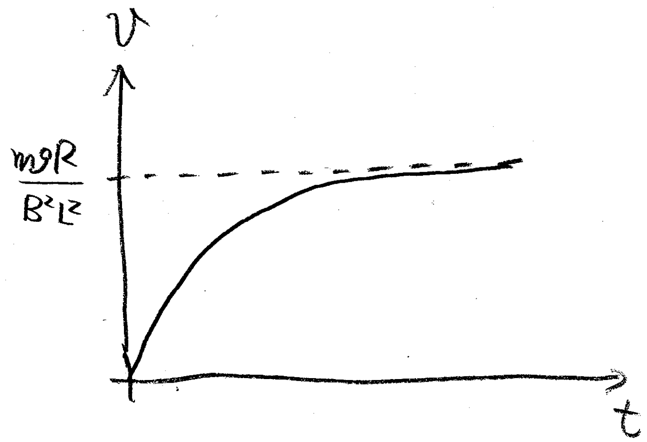
解は、$v - \frac{mgR}{B^2L^2} = C \cdot e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$

⇩

初期条件からCを求める（$t=0$で$v=0$）

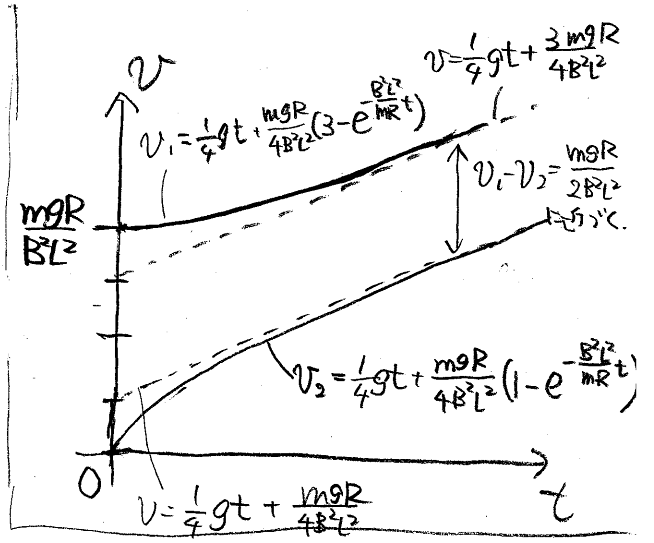
$\therefore C = -\frac{mgR}{B^2L^2}$

従って $v = \frac{mgR}{B^2L^2}\left(1 - e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right)$



Q2. どうして $a_1 = a_2$ となるのか。

$$\begin{cases} ma_1 = T - \frac{(v_1 - v_2)B^2L^2}{R} & \cdots ① \\ 2ma_2 = \frac{(v_1 - v_2)B^2L^2}{R} & \cdots ② \\ ma_1 = mg - T & \cdots ③ \end{cases}$$



①+③−②より

$$2m(a_1 - a_2) = mg - \frac{2(v_1 - v_2)B^2L^2}{R} \quad \cdots ④$$

$$\frac{d}{dt}(v_1 - v_2) = \frac{1}{2}g - \frac{(v_1 - v_2)B^2L^2}{mR}$$

$$\frac{d}{dt}(v_1 - v_2) = -\frac{B^2L^2}{mR}\left\{(v_1 - v_2) - \frac{mgR}{2B^2L^2}\right\}$$

⇩

解は $v_1 - v_2 - \frac{mgR}{2B^2L^2} = Ce^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}$

⇩

初期条件から C を求める（$t=0$で$v_1 = \frac{mgR}{B^2L^2}$, $v_2 = 0$）

$\therefore C = \frac{mgR}{2B^2L^2}$

従って $v_1 - v_2 = \frac{mgR}{2B^2L^2}\left(1 + e^{-\frac{B^2L^2}{mR}t}\right) \cdots$ ☆

$t = \infty$とすると、$v_1 - v_2 = \frac{mgR}{2B^2L^2}$

④へ代入すれば $a_1 - a_2 = 0$.

ちなみに
☆を①+③や②へ代入すれば a_1, a_2が単独で求まるので、v_1やv_2を積分で求められる。