

1 序論

1-1 センサ

センサとは、物理量を電気信号に変える素子である。

人間には聴覚・視覚・感覚・味覚・嗅覚の五感が備わっており、それを頼りに外部から情報を獲得し、それを基に例えば今おかれている状況を理解したり、次にとるべき最善の行動を判断したりしている。また、他とコミュニケーションをとる手段としても五感は重要な役割を果たしている。

センサを用いることで電子機器は

これによって、例えばクーラーは室温を下げすぎることなく働き、パールメイトは 30kg をはかりとってゲートを閉める。

今回の実験ではフォトダイオードと呼ばれる光検出素子を用いてセンサ回路を作成し、以下に述べる OP アンプを用いることでその性能の向上を図る。

1-2 OP アンプ

OP アンプ(Operation Amplifier)は演算増幅器とも呼ばれる増幅器の電子回路モジュールで、二つの入力端子と一つの出力端子を持つ。

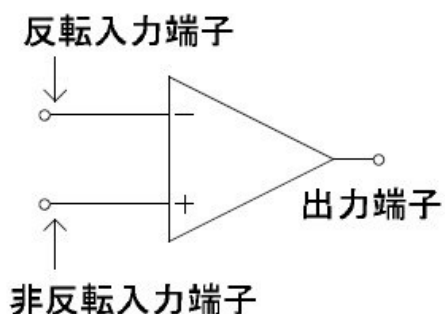
増幅器は種類によって働く周波数領域が異なるが、OP アンプは直流増幅及び低周波の交流の増幅に用いられる。また、そのほかにも積分回路や発信回路等幅広く応用されている。

OP アンプは主要な性質として

入力インピーダンスを無限大（電流の流入がない）

二つの入力端子の電位が等しい（バーチャルショート）
が挙げられる。

厳密には異なるのだが、その二つの性質を用いて OP アンプを含む回路の回路方程式を解くことができる。



この後、2 節、3 節で OP アンプを使った回路を実際に製作し予備実験を行い、4 節では実際にそれらの回路を用いて光検出回路の性能向上を目指す。

2 増幅回路

ここでは反転回路、非反転回路を作成し、その挙動を調べる。

2-1 非反転増幅回路

まずは非反転回路について考える。回路図を以下に示す。

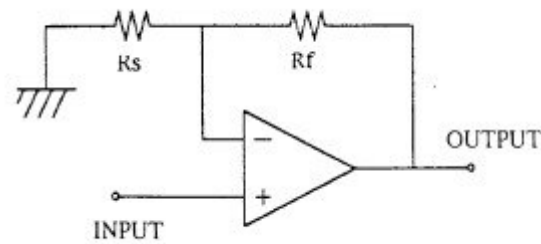


図 2.1 非反転増幅回路

1-2 節で述べたように、OP アンプのインピーダンスは理論上無限大であるため、 R_f と R_s に流れる電流は等しいとみなし、 I と置く。さらに、二つの抵抗間の電圧を O_v すると、オームの法則 ($V = RI$) から次の関係が導かれる。

$$I = \frac{O_v}{R_s} = \frac{V_{out} - O_v}{R_f} \Leftrightarrow V_{out} = O_v \left(\frac{R_f}{R_s} + 1 \right) \quad (2.1)$$

1-2 節で述べた OP アンプの性質から、今の場合 $O_v \approx V_{in}$ とみなせる。この事と、上式を使って増幅率を求めると、

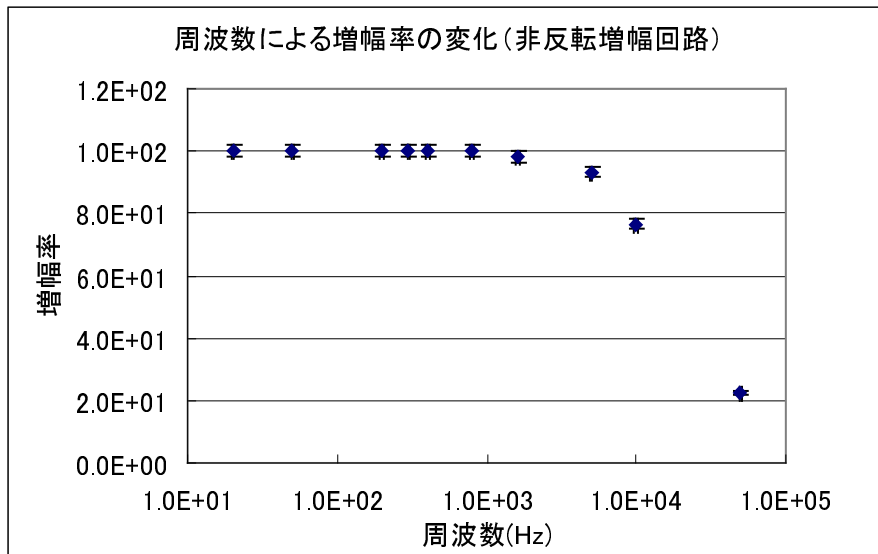
$$Gain_{\text{非反転}} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = 1 + \frac{R_f}{R_s} \quad (2.2)$$

となる。

$R_f = 120k\Omega$ 、 $R_s = 1.2k\Omega$ の素子を使い、実際に回路を組んでみることにする。

このとき、増幅率の理論値は式から 101 倍である。

周波数を変化させ、増幅率の変化を調べる。結果は次の様になった。



グラフ 2.1 非反転増幅回路の増幅率と入力信号の周波数の関係

1.0×10^3 Hz あたりまでは増幅率が理論値と一致しているが、それより周波数が高い領域では、周波数が高くなるにつれて増幅率が低下していることがわかる。

この結果は OP アンプはある程度周波数が大きくなると安定に動作しなくなることを如実に示しているといえる。

2-2 反転増幅回路

次に、反転増幅回路を製作する。

回路図を以下に示す。

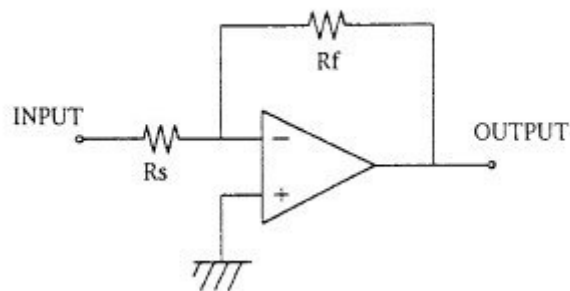


図 2.2 反転増幅回路

非反転増幅回路のケースと同様の手法で増幅率を導出する。

二つの抵抗に流れる電流を I 、二抵抗間の電圧を O_v とすると、以下の関係式が導出できる。

$$I = \frac{(V_{in} - O_v)}{R_s} = \frac{(O_v - V_{out})}{R_f} \quad (2.3)$$

今の場合、 $O_v \approx 0$ とみなせるので、上式は次のようになる。

$$\frac{V_{in}}{R_s} = -\frac{V_{out}}{R_f} \quad (2.3)'$$

よって増幅率は、

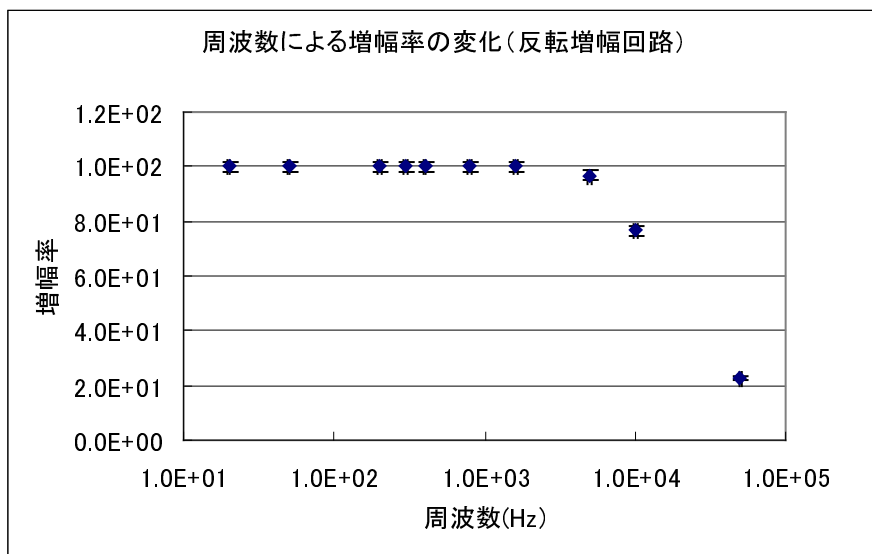
$$Gain_{\text{反転}} = \frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_s} \quad (2.4)$$

となる。

実験においては、先ほどと同じように $R_f = 120k\Omega$ 、 $R_s = 1.2k\Omega$ の素子を使用した。増幅

率の理論値は式から 100 倍である。

周波数を変化させ、増幅率を調べた結果、次の様になった。



グラフ 2.2 反転増幅回路の増幅率と入力信号の周波数の関係

反転増幅回路の場合も非反転増幅回路と同様、 $1.0 \times 10^3 \text{ Hz}$ あたりまでは増幅率が理論値と一致しているが、それより周波数が高い領域では、周波数が高くなるにつれて増幅率が低下する傾向が見られる。

増幅回路を組む場合には使用したい周波数帯で OP アンプが安定に動作するか否かを常に考慮する必要があるといえる。

3 フィルタ回路

次に、フィルタ回路について考察する。

フィルタ、とは日常生活においてはふるいの様なものを指して使われることが多い。

一方、電子回路においては、周波数によって篩い分ける働きをするものをフィルタ（あるいは濾波器）と呼ぶ。

コンデンサは、交流に対してその周波数に応じたリアクタンスをもち、それは複素インピーダンスとして $Z = 1/2\pi fC$ と表記される。つまり、高い周波数に対しては小さく、低い周波数に対しては大きい抵抗としてはたらく。

コンデンサを OP アンプを用いた増幅回路に組み込むことで、周波数によって異なる増幅率を持つ回路を製作することができる。

今回の実験ではそのうちでハイパスフィルタ、ローパスフィルタと呼ばれる回路を作成・利用した。次節以降詳細を記す。

3-1 ハイパスフィルタ

フィルタ回路のうち、高周波領域を通過させ、低周波領域をカットするものをハイパスフィルタ（以下、HPF）と呼ぶ。

3-1-1 一次型 HPF

まず、一次型の HPF を製作する。回路図は次のとおり。

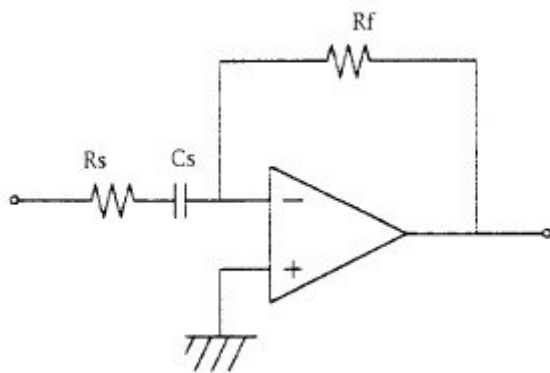


図 3.1 一次型 HPF

周波数と増幅率の関係を求めてみる。

2-2 節で導出した反転増幅器の増幅率を基に、コンデンサの寄与を考える。

コンデンサのインピーダンスを $Z_c (= \frac{1}{2\pi fC})$ であるとする、直列に接続されている R_s と

の合成インピーダンスは $Z = R_s + Z_c$ であり、(2.4)式の $R_s \rightarrow Z$ と置き換えることで、次のような式が得られる。

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{2\pi f C_s R_s}{2\pi f R_s C_s + 1} \left(= -\frac{1}{(2\pi f C_s R_s)^2 + 1} \left((2\pi f C_s R_s)^2 + 2\pi f C_s R_s i \right) \right) \quad (3.1)$$

複素平面上での原点からの距離は、回路の増幅率を与える。それは式の絶対値を取ること
で得られ、

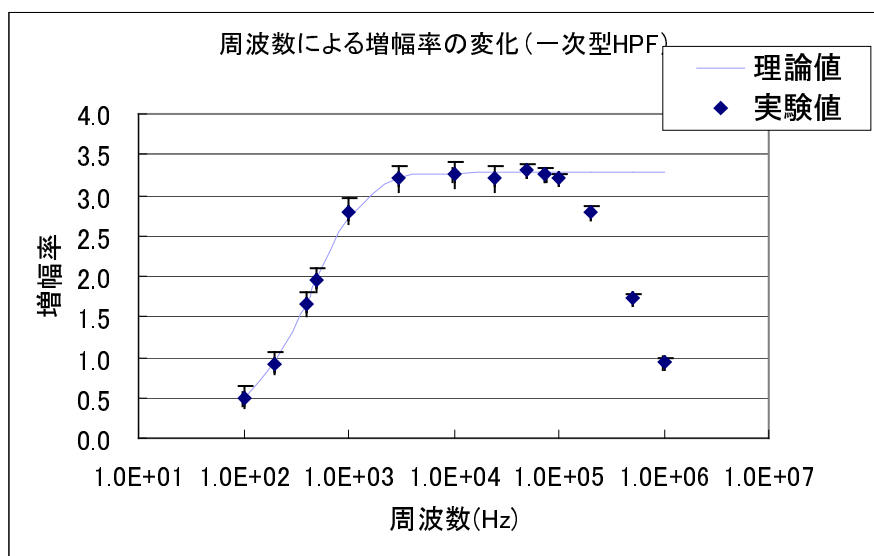
$$Gain_{\text{一次型HPF}} = \frac{2\pi f C_s R_s}{\sqrt{(2\pi f C_s R_s)^2 + 1}} \quad (3.2)$$

と導くことができる。さらに、複素極の実軸正方向からの角度は位相のずれを示し、その
値として

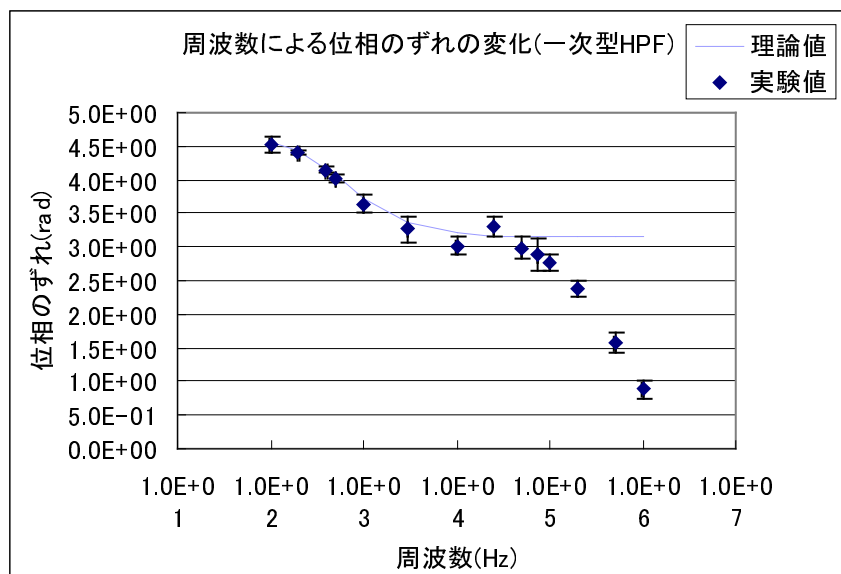
$$\gamma_{\text{一次型HPF}} = \arctan\left(\frac{1}{2\pi f C_s R_s}\right) + \pi \quad (3.3)$$

を得る。

以降、実際に一次型 HPF を製作し、周波数を変化させて増幅率と位相のずれの変化を調べ
る。製作に当たっては $R_s = 3.6k\Omega$ 、 $R_f = 12k\Omega$ 、 $C_s = 66nF$ の素子を利用した。実験結
果を理論値と併せて以下に記す。



グラフ 3.1 一次型 HPF の増幅率と入力信号の周波数の関係



グラフ 3.2 一次型 HPF の位相のずれと信号の周波数の関係

増幅率は **Hz** 付近までは理論値と一致し、それ以降はだんだん低下する。これは、増幅回路の実験の際と同様、高周波領域で **OP** アンプが安定に動作しないためと考えることができる。

つぎに、方形波を入力する。

先に見た増幅率・位相のずれのグラフ、あるいは今後の議論で用いられる「周波数」は正弦波を意図したものであり、方形波の場合にそのまま適応できるものではない。

方形波は正弦波の足し合わせでできている。そのため、方形波に対するフィルタの作用を考える際は、一度方形波をフーリエ展開し、正弦波の足し合わせの形にする必要がある。次のような方形波のモデルを考える。

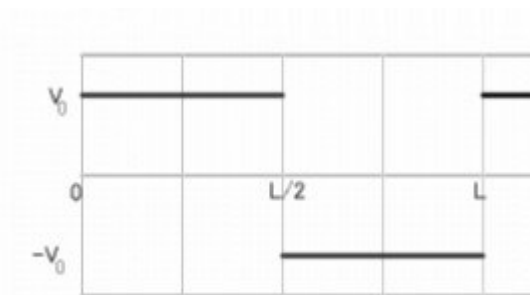


図 3.2 方形波のモデル

$f(x) = \begin{cases} +V_0 & (0 \leq x \leq L/2) \\ -V_0 & (L/2 \leq x \leq L) \end{cases}$ と表されるこの方形波のフーリエ級数展開を考える。

$$f(x) = B_0 + B_1 \cos p_1 x + B_2 \cos p_2 x + \dots + B_n \cos p_n x \quad : \quad p_m = \frac{m\pi}{L} \quad (3.4)$$

と展開されるとき、フーリエ係数 B_n は次のように計算される（ここでは導出は省く）。

$$B_0 = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) dx \quad (3.5)$$

$$B_{n(\geq 1)} = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos p_n x dx \quad (3.6)$$

実際に計算することで、次の値を得る。

$$B_n = \begin{cases} 0 & (n: \text{even}) \\ (-1)^{n-1/2} \frac{4}{n\pi} & (n: \text{odd}) \end{cases} \quad (3.7)$$

このことから、 $f(x)$ は次のように展開されることになる。

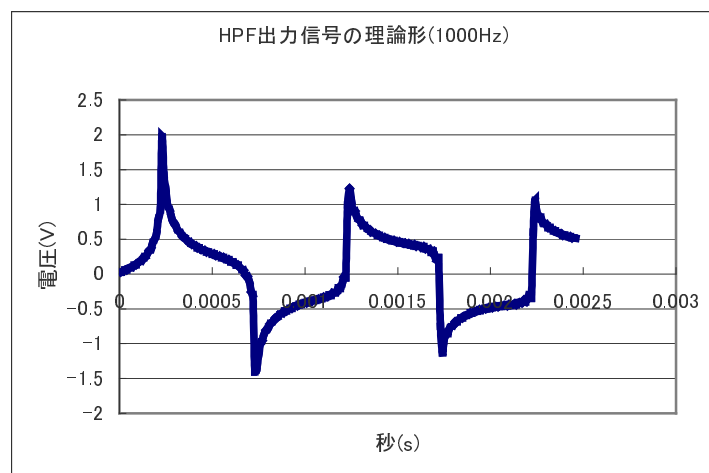
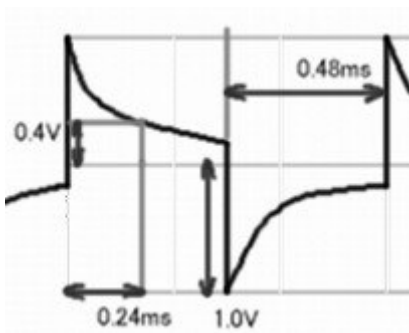
$$f(x) = \frac{4}{\pi} \cos \frac{x}{L} - \frac{4}{3\pi} \cos \frac{3x}{L} + \frac{4}{5\pi} \cos \frac{5x}{L} - \dots \quad (3.8)$$

つまり、ある周波数の方形波は、その奇数倍の周波数の正弦波を成分として持ち、その振幅の比はそれぞれその倍数の逆数になっていると言える。

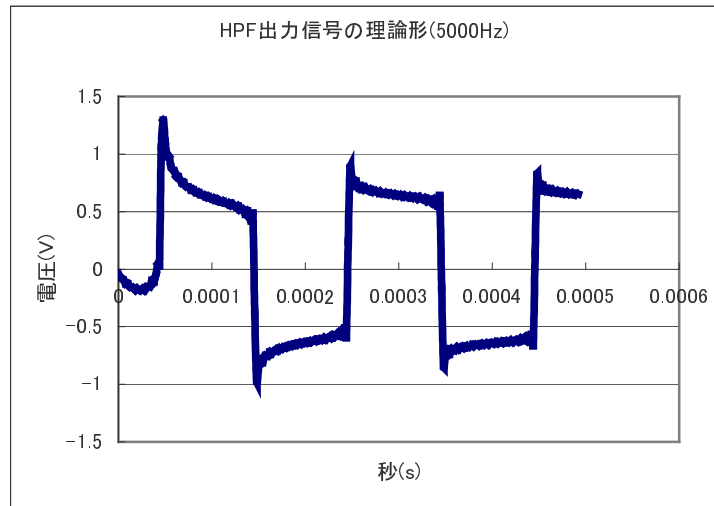
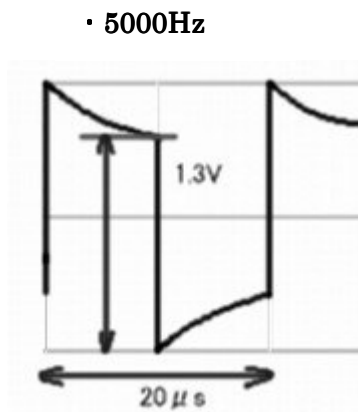
方形波をフィルタに通すことで、そのそれぞれの成分が異なった増幅率を受ける。さらに、位相もそれぞれずれることから、波形を大きく変えて出力されることになる。

以降、実験結果（図）と、理論上の概形（グラフ）を列記する。なお、入力した方形波の高さは 400mV（先の計算の $2 \times V_0$ に相当。以下同じ。）、理論形は 31 番目の成分までを考慮したものとなっている。

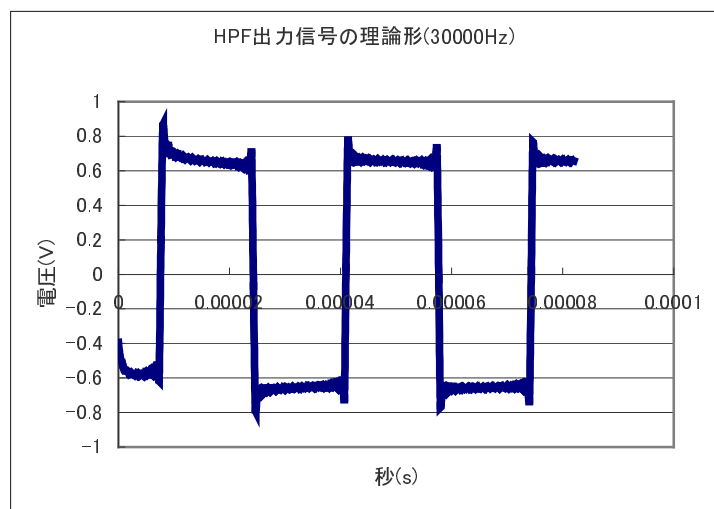
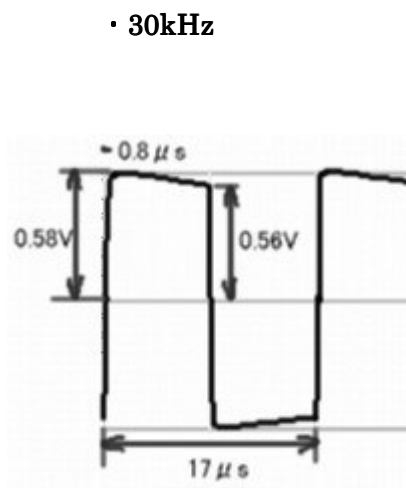
・ 1000Hz



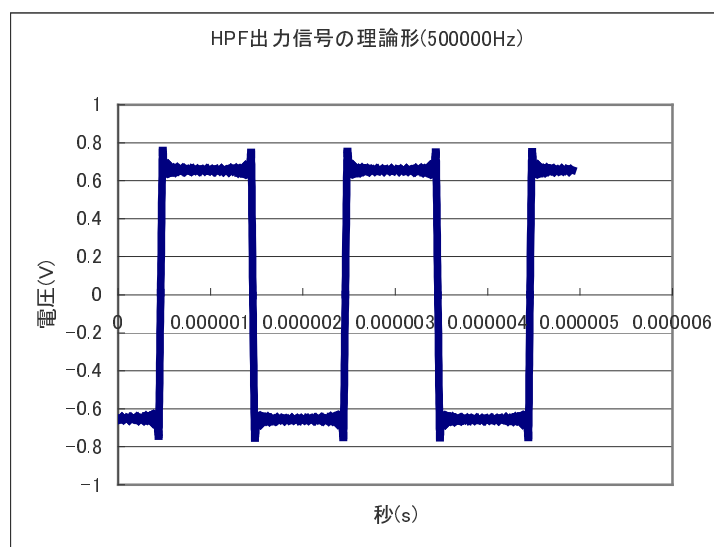
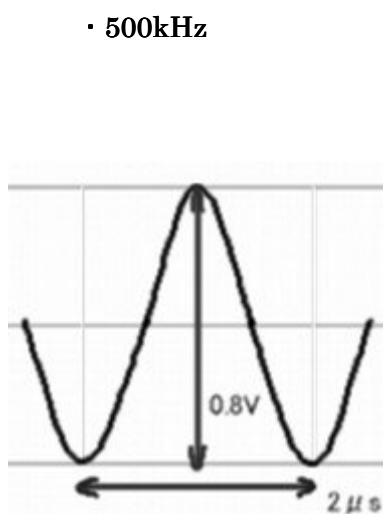
図・グラフ 3.3 方形波入力時の出力信号と理論形(HPF1000Hz)



図・グラフ 3.4 方形波入力時の出力信号と理論形(HPF5000Hz)



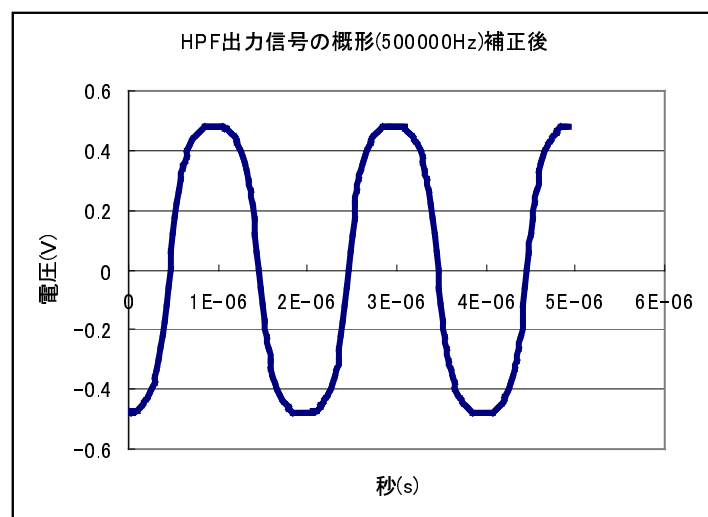
図・グラフ 3.5 方形波入力時の出力信号と理論形(HPF30kHz)



図・グラフ 3.6 方形波入力時の出力信号と理論形(HPF50 万 Hz)

1000Hz、5000Hz、30kHz に関しては理論形に近い形となっているが、500kHz は理論形とは異なる形となっている。これは、高周波領域で HPF の増幅率が理論値よりも低い値となっていることに起因している。

実際、500kHz 及びその奇数倍の成分にグラフ 3.1 から HPF の実際の増幅率を推定し、補正を加えると理論形は実験で得られた形に近づく。



グラフ 3.7 補正後の LPF 出力理論形(HPF50 万 Hz)

また、1000Hz の出力波形において測定した振幅の最大値から 1/3 まで低下する地点までの時間 0.24ms を「波形変化の時間スケール」とみると、その値は時定数 $\tau = R_s C_s = 0.24ms$ と同程度であることが分かる。

3-1-2 二次型 HPF

次に、二次型の HPF を製作する。回路図は次のようになる。

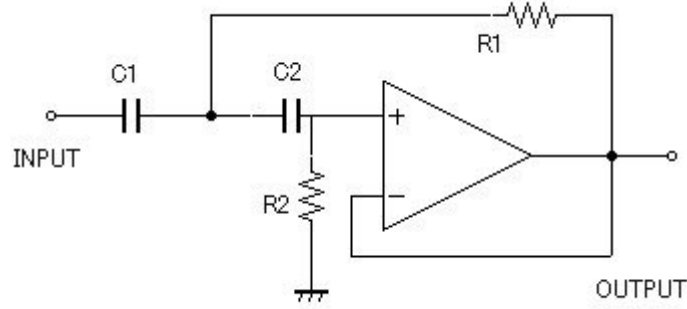


図 3.7 二次型 HPF

多少複雑ではあるが、周波数と増幅率の関係を求める。

今、C1 に流れる電流を I_1 、R1 に流れる電流を I_2 、C2 に流れる電流を I_3 とし、OP アンプの特性を考えることで、次の四つの関係式を得る。

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (3.9)$$

$$I_2 R_1 = I_3 \frac{1}{i\omega C_2} \quad (3.10)$$

$$I_3 R_2 = V_{out} \quad (3.11)$$

$$V_{in} - \frac{1}{i\omega C_1} I_1 - I_3 \left(\frac{1}{i\omega C_2} + R_2 \right) = 0 \quad (3.12)$$

なお、 $\omega = 2\pi f$ である。ここで、四つの式を連立方程式と見て電流の項を消去する事で、次の式が得られる。

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + \frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} + i\omega \frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)} \quad (3.13)$$

上式において便宜上 $\frac{1}{R_2} \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) = A$ 、 $\frac{1}{C_1 C_2 R_1 R_2} = B$ とおきかえる。

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{-\omega^2}{-\omega^2 + B + i\omega A} \quad (3.13)'$$

一次型の時と同様、この絶対値をとることで増幅率が計算でき、

$$Gain_{\text{二次型HPF}} = \frac{\omega^2}{\sqrt{(B - \omega^2)^2 + (\omega A)^2}} \quad (3.14)$$

と導出できる。ここで $\omega \rightarrow 0$ とすると、 $Gain_{\text{二次型HPF}} = 0$ 、 $\omega \rightarrow \infty$ とすると $Gain_{\text{二次型HPF}} = 1$ となることから、確かに図 3.2 の回路は HPF として働くことが分かる。

極限值以外での振る舞いを調べるため、式の分母の平方根の中の項を平方完成する。計算すると次のようになる。

$$Gain_{\text{二次型HPF}} = \frac{1}{\sqrt{B^2 \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{(2B - A^2)}{2B^2} \right)^2 - B^2 \left(\frac{(2B - A^2)}{2B^2} \right)^2 + 1}} \quad (3.15)$$

ここで再び、便利のため $\frac{2B - A^2}{2B^2} = \frac{1}{\omega_0^2}$ と置き換える。すると、(3.15)式は

$$Gain_{\text{二次型HPF}} = \frac{1}{\sqrt{B^2 \left(\frac{1}{\omega^2} - \frac{1}{\omega_0^2} \right)^2 + 1 - \frac{B^2}{\omega_0^4}}} \quad (3.16)$$

となる。この式に於いて、 ω_0 が実数、つまり、 $2B > A$ となるとき、 $Gain_{\text{二次型HPF}}$ は $\omega = \omega_0$

で極値 $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{B^2}{\omega_0^4}}}$ (= Q と置く。)をもつ。また、この時の周波数 f_0 を ω から求めると、

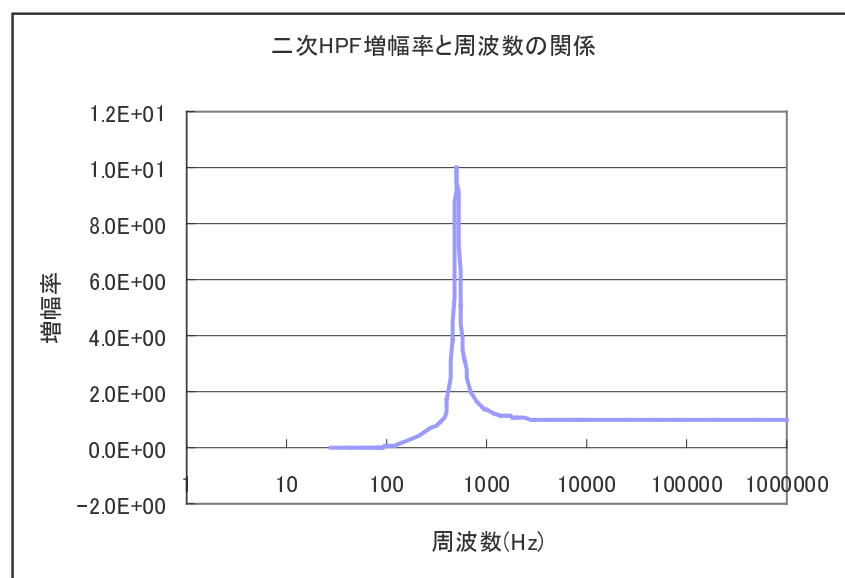
$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \sqrt{\frac{B^2}{2\pi^2(2B - A^2)}} \quad (3.17)$$

となる。

回路を設計する際には、便宜上 $C_1 = C_2 (= C)$ とする事が多い。

また、Q と f_0 、C を決定し、その上で $R_1 = \frac{1}{4\pi Q f_0 C}$ 、 $R_2 = \frac{Q}{\pi f_0 C}$ として $R_1 \cdot R_2$ を決定する事である程度簡単に増幅率と周波数の関係を操ることができる。

例えば、500Hz で増幅率の最大値 10 倍を持つようなフィルタを 47nF のコンデンサを用いて製作する場合、前述の式から $R_1 \cdot R_2$ が 340 Ω 、140k Ω とそれぞれ決まり、増幅率と周波数の関係は理論上次のグラフのようになる。



グラフ 3.8 二次型 HPF の増幅率と入力信号の周波数の関係①

なお、図 3.2 に示したような二次型 HPF はボルテージホロワの回路と呼ばれ、増幅率が 1 で固定されている。そのため、グラフの通り、高周波領域でその増幅率は 1 倍となっており、これはコンデンサや抵抗を変更することでは変えられない。

3-2 ローパスフィルタ

フィルタ回路のうち、低周波領域を通過させ、高周波領域をカットするものをローパスフィルタ（以下、LPF）と呼ぶ。

3-2-1 一次型 LPF

HPF と同様、まず一次型 LPF について考察することにする。回路図は次のとおり。

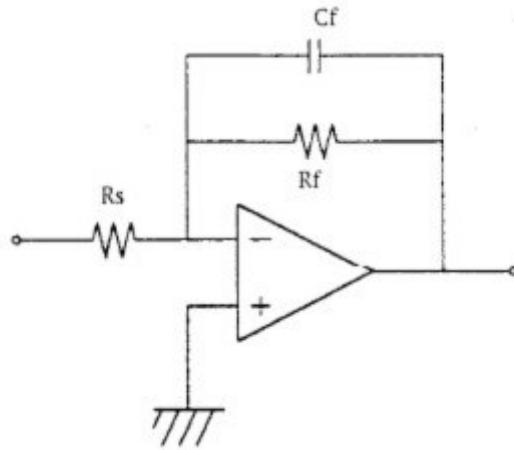


図 3.8 一次型 LPF

3-1-1 節同様、反転増幅回路にコンデンサを加えることを考える。

並列接続されているため、抵抗との合成インピーダンスは $Z = \frac{Z_c R_f}{Z_c + R_f}$ （ただし、

$Z_c = \frac{1}{2\pi f C_f}$ ）となり、(2.4)式において $R_f \rightarrow Z$ と置き換えることで、次の関係を得る。

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = -\frac{R_f}{R_s} \left(\frac{1}{2\pi f C_f R_f + 1} \right) \left(= -\frac{R_f}{R_s} \frac{1}{1 - (2\pi f C_f R_f)^2} (-1 + 2\pi f C_f R_f i) \right) \quad (3.17)$$

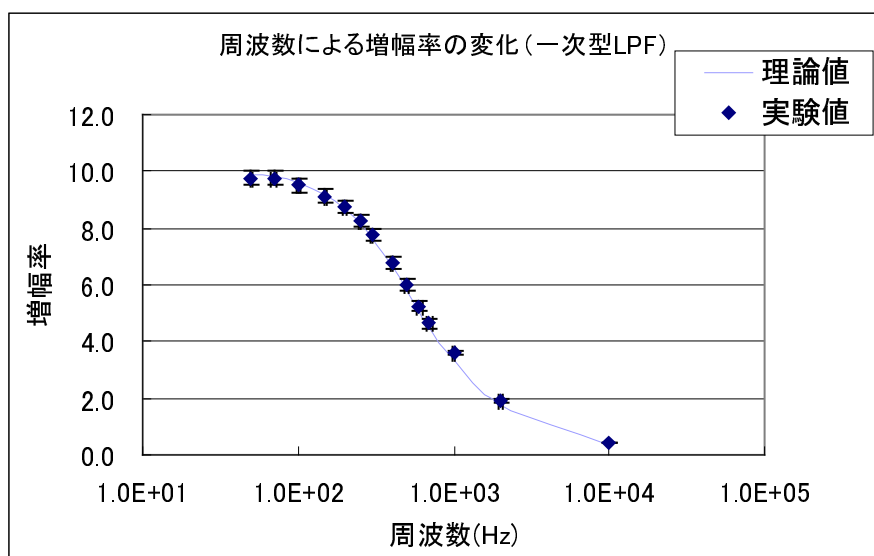
絶対値をとり、角度を求めることで、増幅率と位相のずれの理論値として次の式を得る。

$$Gain_{\text{一次型LPF}} = \frac{R_f}{R_s} \frac{1}{\sqrt{(2\pi f C_f R_f)^2 + 1}} \quad (3.18)$$

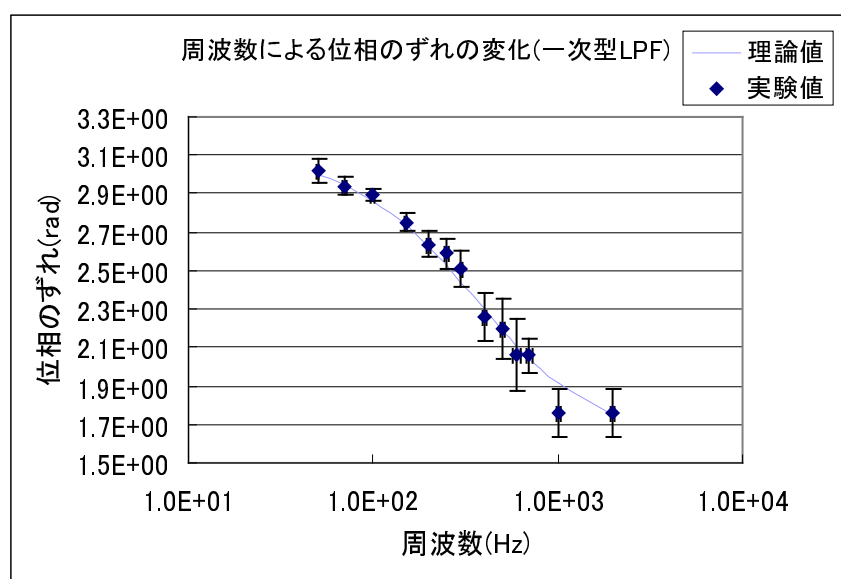
$$\gamma_{\text{一次型LPF}} = \arctan(-2\pi f C_f R_f) + \pi \quad (3.19)$$

$R_f = 12k\Omega$ 、 $R_s = 1.2k\Omega$ 、 $C_f = 38nF$ の素子を用いて回路を製作し、周波数を変えて増

幅率と位相のずれの変化を見る。結果は次の様になった。



グラフ 3.9 一次型 LPF の増幅率と入力信号の周波数の関係



グラフ 3.10 一次型 LPF の位相のずれと信号の周波数の関係

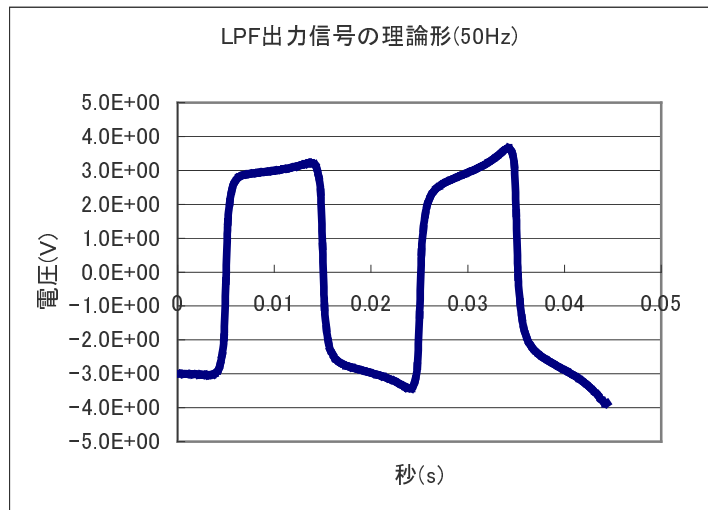
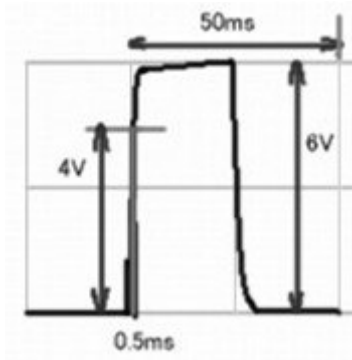
位相のずれ・増幅率共に誤差の範囲で理論値とよく一致しているといえる。

次に、方形波を入力する。

ここでも HPF の時と同じように、フーリエ級数展開を用い、LPF の増幅率、それによる位相のずれを加味して理論形を作成し、実験結果と比較することとする。

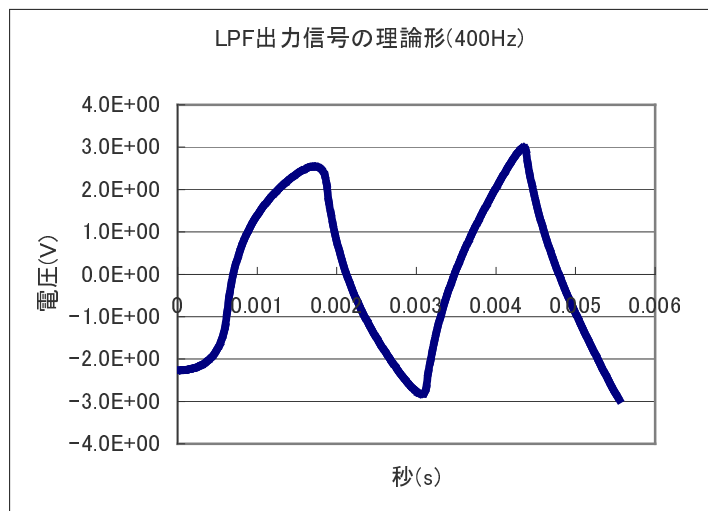
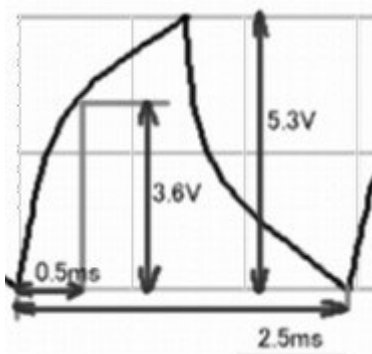
なお、入力する方形波の高さは 0.6V、理論形は 31 番目の成分までを考慮したものとなっている。理論形(グラフ)と実際の波形(図)を次ページに列記する。

・ 50Hz



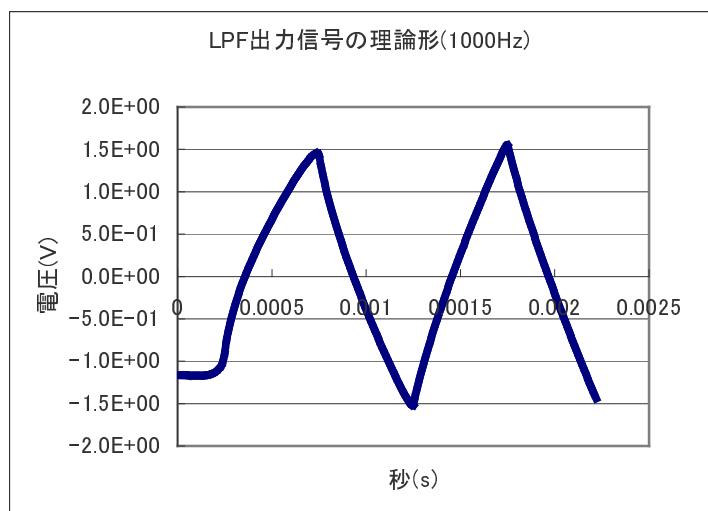
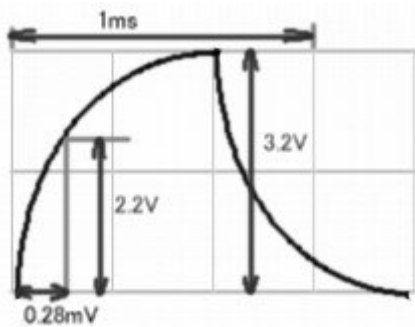
図・グラフ 3.11 方形波入力時の出力信号と理論形(LPF50 Hz)

・ 400Hz



図・グラフ 3.12 方形波入力時の出力信号と理論形(LPF400Hz)

・ 1000Hz



図・グラフ 3.13 方形波入力時の出力信号と理論形(LPF1000 Hz)

それぞれ理論形と大きな違いはない。

今、時定数 $\tau = R_f C_f = 0.4ms$ である。

「波形変化のスケール」を信号が最も低い電圧から最大電圧の $2/3$ まで立ち上がる時間で定義すると、その値は図にあるとおりそれぞれ $0.5ms$ 、 $0.48ms$ 、 $0.28ms$ となっており、時定数と同程度となっていることが分かる。

3-2-2 二次型 LPF

次に、二次型 LPF を製作する。回路図は以下の通り。

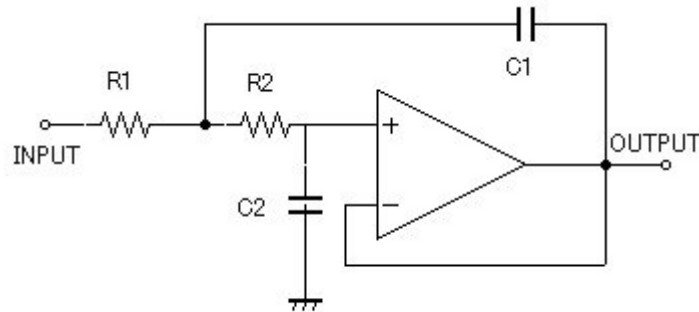


図 3.14 二次型 LPF

ここで R_1 、 C_1 、 R_2 に流れる電流をそれぞれ I_1 、 I_2 、 I_3 と置くと、次の関係式が導出できる。

$$I_1 = I_2 + I_3 \quad (3.20)$$

$$V_{in} - I_1 R_1 - I_3 \left(R_2 + \left(\frac{1}{i\omega C_2} \right) \right) = 0 \quad (3.21)$$

$$V_{out} = I_3 \left(\frac{1}{i\omega C_2} \right) \quad (3.22)$$

$$I_3 R_2 = I_2 \left(\frac{1}{i\omega C_1} \right) \quad (3.23)$$

二次型 HPF 同様、四つの式から I_1 、 I_2 、 I_3 を消去することで、次の式を得る。

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{i\omega C_2 (R_1 + R_2) - \omega^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + 1} \quad (3.24)$$

ここで、便宜上 $C_2(R_1 + R_2) = D$ 、 $C_1 C_2 R_1 R_2 = E$ と置く。

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{i\omega D - \omega^2 E + 1} \quad (3.25)$$

絶対値を計算し、増幅率を求めると、次のようになる。

$$Gain_{\text{一次型LPF}} = \frac{1}{\sqrt{(-\omega^2 E + 1)^2 + (\omega D)^2}} \quad (3.26)$$

ここで $\omega \rightarrow 0$ とすると、 $Gain_{\text{二次型HPF}} = 1$ 、 $\omega \rightarrow \infty$ とすると $Gain_{\text{二次型HPF}} = 0$ となることから、確かに図 3.2 の回路は LPF として機能することが分かる。

先の議論と同じように、平方根の中身を平方完成する。最終的に次のように変形できる。

$$Gain_{\text{一次型LPF}} = \frac{1}{\sqrt{E^2 \left(\omega^2 + \frac{(2E - D^2)}{2E^2} \right)^2 - E^2 \left(\frac{(2E - D^2)}{2E^2} \right)^2 + 1}} \quad (3.27)$$

ここで、 $\frac{2E - D^2}{2E^2} = \omega_0^2$ とおくと、

$$Gain_{\text{一次型LPF}} = \frac{1}{\sqrt{E^2 (\omega^2 + \omega_0^2)^2 - E^2 \omega_0^4 + 1}} \quad (3.28)$$

$Gain_{\text{一次型HPF}}$ は、 ω_0 が実数 $\Leftrightarrow 2E > D^2$ の時 $\omega = \omega_0$ で極値 $\frac{1}{\sqrt{1 - E^2 \omega_0^4}}$ (=Q とする) を持つ。

また、このときの周波数 f_0 を ω_0 から計算すると、

$$f_0 = \sqrt{\frac{2E - D^2}{8\pi^2 E^2}} \quad (3.29)$$

となる。

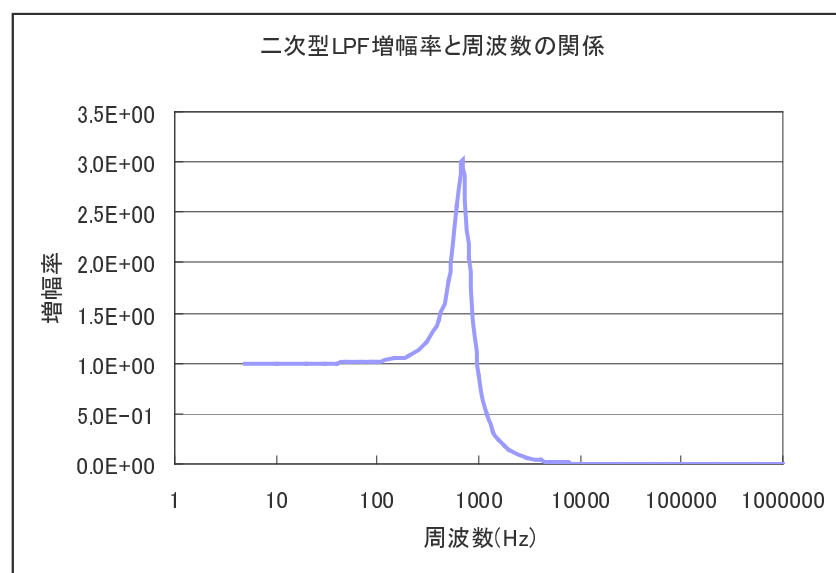
実際回路を製作するときには、 $R_1 = R_2 (= R)$ とすると便利である。

先ず Q と f_0 を設定し R を適当に選ぶ。その後、 $C_1 = \frac{Q}{\pi f_0 R}$ 、 $C_2 = \frac{1}{4\pi Q f_0 R}$ と計算する事

で比較的簡単に得たい回路が設計できる。

例えば、700Hz で最大の増幅率 3 倍を与えるような二次型 LPF を 24k Ω の抵抗を使って組みたい場合は先の式から $C_1 = 57nF$ 、 $C_2 = 1.6nF$ の素子を選択すれば良いことが瞬時に導ける。

また、その時の増幅率と周波数の関係は理論上次のグラフのようになる。



グラフ 3.14 二次型 LPF の増幅率と入力信号の周波数の関係②

この回路も 3-1-2 節で考察した二次型 HPF 同様、ボルテージホロワの回路となっており、低周波領域に対する増幅率は 1.0 倍で固定されており、容易に変更することはできない。また、今回は抵抗を予め選んでおき、それによってコンデンサの値が決まる、という設計方法であるが、実験室のコンデンサは種類が少ないことを考えると先にコンデンサの値を決められる二次型 HPF と比べて若干設計の煩わしさがあるとも言えるかも知れない。

4 光検出回路の製作と S/N 比の改善

光検出回路を作成し、その付近で発光ダイオード(以下 LED)を周期的に光らせ、出力信号をオシロスコープで観察する。

検出回路の LED の光への感度を上げ、微弱な光でも検出できるようにするにはどうすれば良いだろうか？以降、検出回路の性能改善に取り組む。いよいよ本実験である。

4-1 光検出回路

まずはフォトダイオードを用いて、光検出回路を製作する。フォトダイオードは入射した光を電流に変換する素子である。以下に示す回路はフォトダイオードで発生した微小電流を電圧の信号として検出するものである。

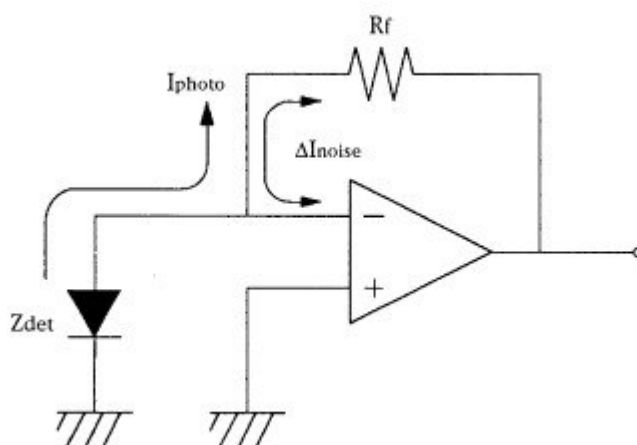


図 4.1 光検出回路

今、非反転入力端子が GND に接続されているため、反転入力端子の電圧は常に 0V である。

そのため、オームの法則から $I_{photo} \times R_f$ が信号として出力されることになる。今回は

$R_f = 1.0M\Omega$ の素子を選択し、回路を製作することとする。

図 4.1 の回路(以降基本回路と呼ぶ)を製作した後、まず発光ダイオードを灯さずに出力信号をオシロスコープで観察すると、次のような波形が見られた。

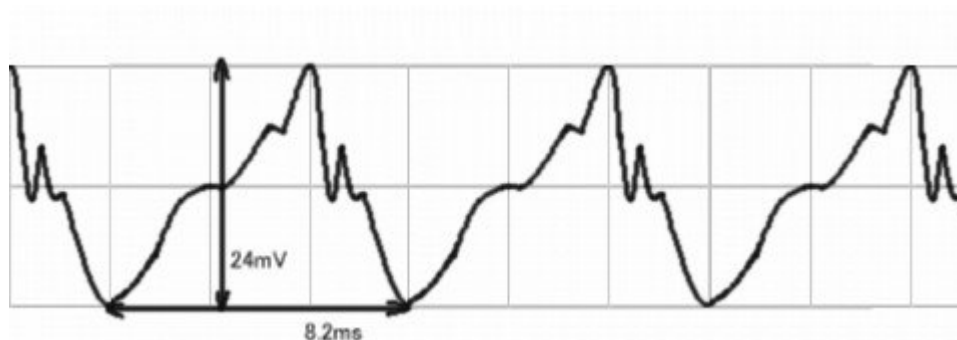


図 4.2 基本回路から出力されたノイズ①

これはフォトダイオードが蛍光灯やラジオの電磁波等を拾うことで出力される LED とは無縁のノイズである。複雑な形をしているのは様々な周波数の信号が足し合わさっているためである。今回のような実験においては、ノイズの周波数を知ることが重要であり、本来はこの波形をデジタル化し、フーリエ解析をもちいて周波数ごとの強度を調べられればよいのだが、知識と装置の不備からその手法が使えない。

そこで、信号の形からだいたい何 Hz のあたりに大きなノイズが存在するか大体のあたりをつけることにした。具体的には、

- ①全体として 8.2ms で周期的な振る舞いを見せていることから 120Hz あたり
- ②二箇所あるとがっている部分の幅から 1000～2000Hz 付近
- ③オシロスコープで確認できた 5MHz
- ④同じく 50kHz

に大きなノイズが存在するとした。

4-2 S/N 比

光を検出したかどうかを判別する際には、例えばある電圧をしきい値とし、それ以上の強度の信号が出力された場合に「検出」とする方法が考えられる。

この方法の場合、ノイズより小さいしきい値を設定することは不可能であることから、検出能力を決めるのはノイズに対するシグナルの大きさということになる。

今回の実験では S/N 比という量を次のように定義し、様々な工夫によってその向上、つまりは検出器の性能の向上を図っていく。

$$S/N \text{ 比} \equiv \frac{\text{シグナルの時間平均}}{\text{ノイズの時間平均}} \quad (4.1)$$

ここで、シグナルの時間平均は、シグナルが方形波である場合はその波高をとる。

シグナルが正弦波に近い場合、その振幅を V_0 とすると、時間平均は

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} |V_0 \sin x| dx = 2 \frac{V_0}{\pi} \text{ であることから、} \frac{2}{\pi} V_0 \text{ とする。}$$

ノイズに関しては、形が複雑であり、積分値を求めることが困難であることから、代表的な周期的ノイズを正弦波で近似し、シグナルの場合と同じように時間平均をとる、つまり、振幅を $2/\pi$ 倍することにした。

当面 LED を 300Hz で発光させることにする。これは、120Hz、1000Hz 付近にあるとみられるノイズを避けると同時に、高い周波数の信号を入れたときにみられる過渡特性を嫌ったことによるものである。

パルサーから TTL 回路 (LED を一定の明るさで、入力信号が方形波となるように光らせる回路であるらしい) を通して、LED に信号を送り、300Hz で光らせる。

回路全体を GND で囲み、光検出回路の出力をオシロスコープで観察すると、次のような波形が観察できた。

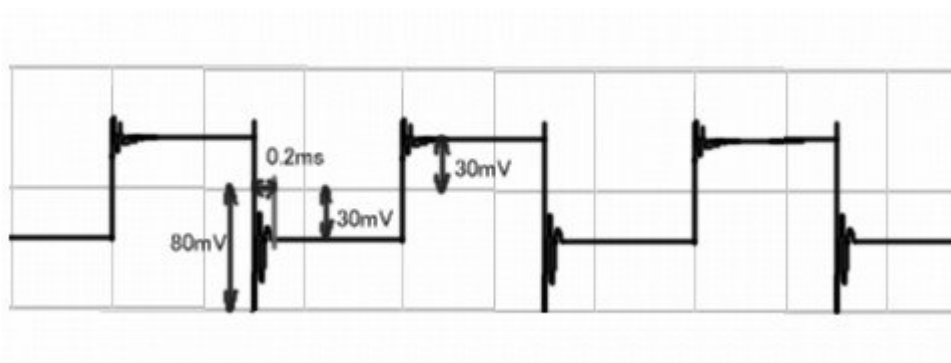


図 4.3 LED の光による出力信号(シグナル)

現状では、ノイズの高さが図より $24(\pm 0.5)\text{mV}$ 、シグナルが波高 $60(\pm 1)\text{mV}$ の方形波であることから、S/N 比は、

$$S/N = \frac{60\text{mV}}{\frac{2}{\pi} \times 24\text{mV}} = 4.0 \text{ より } 4.0(\pm 0.1) \text{ 倍である。以降、前述のフィルタ回路等を付加す}$$

ることで、この値を可能な限り大きくすることを目指す。

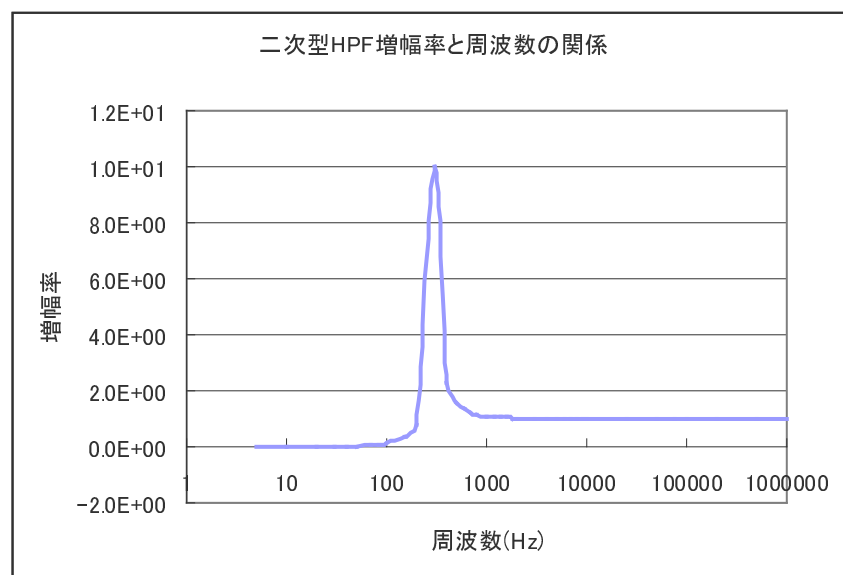
4-3 二次型 HPF の付加

S/N 比を改善するにあたり様々な方法が考えられるが、今回は先に述べた各種フィルタを用い、入力する信号の周波数と、その他の周波数 (主としてノイズの周波数) における増幅率に可能な限り差をもたせることで、その改善を図ることとする。

理論上、もし増幅率の周波数依存性をデルタ関数的（シグナルの周波数でのみ増幅率が値を持ち、その他の領域では 0）とすることができれば、その検出器は（この方法では）最高の性能となる。ただ、一度にそうすることは困難を極めるため、実際の実験ではバンド幅（ピークの高増幅率を与える周波数から増幅率がその半分に落ちる周波数までの左右の幅）を狭くすることを目指す。

改善の第一歩として二次型 **HPF** を付加することとした。二次型のフィルタを選択したのは、一次型に比べて極値を持たせられる分バンド幅を効率的に狭められると考えたからである。

それぞれの素子の値を $R_1 = 560\Omega$ 、 $R_2 = 230k\Omega$ 、 $C_1 = C_2 = 47nF$ とし、最大増幅周波数が 300Hz、最大増幅率が 10 倍となるように設計する。周波数と増幅率の関係の理論値は次のようになる。



グラフ 4.1 二次型 **HPF** の増幅率と周波数の関係②

このフィルタの（ノイズの周波数である）120Hz に対する増幅率が 0.19 倍、85Hz に対する増幅率が 10 倍であるため、理論上 **S/N** 比は 50 倍改善することが予想される。結果を次ページに記す。

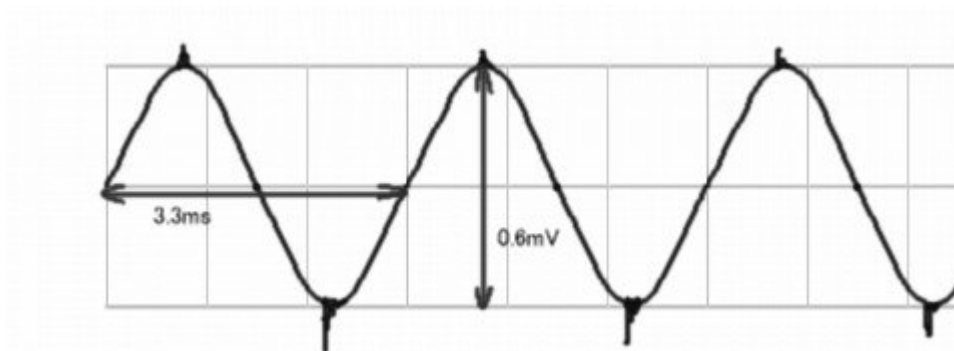


図 4.4 二次型 HPF 通過後のシグナル

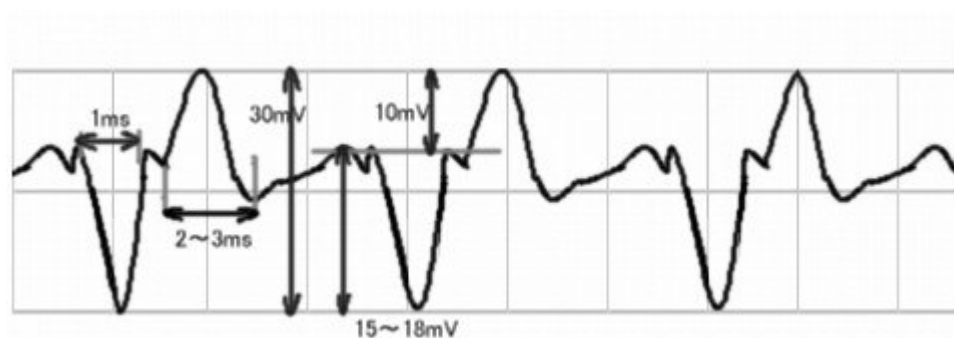


図 4.5 二次型 HPF 通過後のノイズ

シグナルはほぼ正弦波となって出力された。これは、**300Hz** の方形波に含まれる正弦波の成分のうちで **300Hz** のみが 10 倍に増幅され、その他の成分は 1.0 倍と増幅されなかったことによるものである。これによって例えば第二成分である **900Hz** の正弦波と大きさを比較すると、**300Hz** が 30 倍程度大きくなっているはずであり、正弦波に近く見えることが妥当であると言える。

ノイズは 1/5 になるはずであったが、結果的には 1.3 倍され、最初の状態よりも大きくなった。4.1 節では想定していなかった **60Hz** の整数倍、**300Hz** 付近のノイズが顕在化しているように見える。

バンド幅を狭める方法では、**LED** を光らせる周波数と等しい周波数のノイズが最も大きいノイズとなった時点で **S/N** 比は改善されなくなる。そのため、**LED** の周波数は大きなノイズからできるだけ離れていたほうがよい。

この結果からより高い **S/N** 比を実現するには **LED** 周波数の変更の必要があることがわかった。

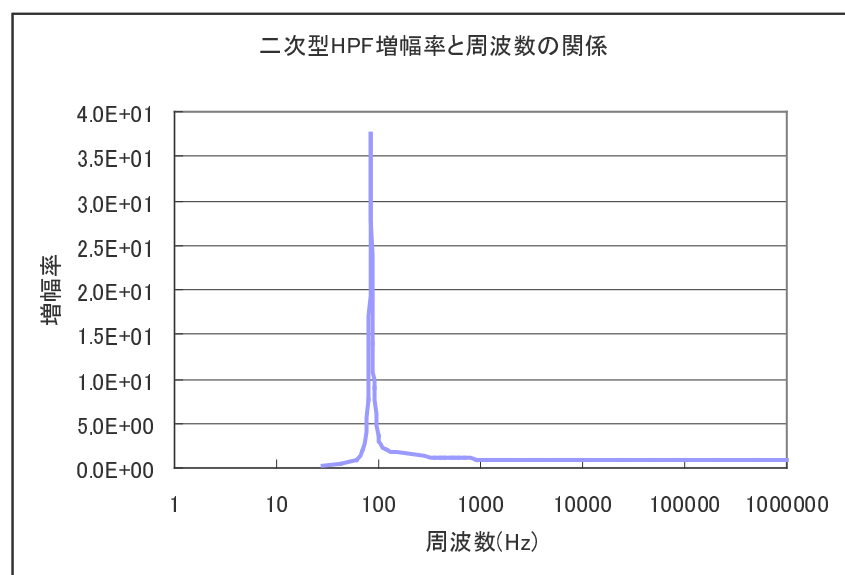
S/N 比を計算しておく、

$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 0.60V}{\frac{2}{\pi} \times 30mV} = 20 \text{ より、} 20(\pm 1) \text{ 倍となり、二次型の付加によって } S/N \text{ 比は前節の状}$$

態から $5.1(\pm 0.3)$ 倍改善されていた事になる。

4-4 シグナル周波数の変更と二次型 HPF の付加（手順 1）

前回までの実験を踏まえ、よりよい S/N 比を目指すべくここでシグナルの周波数を変更する。新たな周波数としては 60Hz の整数倍にあたる周波数に存在するノイズを極力避けるため、120Hz と 60Hz の中間に当たる 85Hz を選んだ（60Hz 未満の周波数を用いることも考えたが、オシロスコープの出力が見にくい事、実験の趣旨等考慮し、ここでは避けた）。それぞれの素子の値を $R_1 = 270\Omega$ 、 $R_2 = 1.5M\Omega$ 、 $C_1 = C_2 = 94nF$ とし、最大増幅周波数が 85Hz、最大増幅率が 38 倍となるように回路を作成した。前回の成功を足掛かりに、さらにバンド幅を狭めるべくかなり野心的な設計となっている。増幅率と周波数の関係は理論上次のようになる。

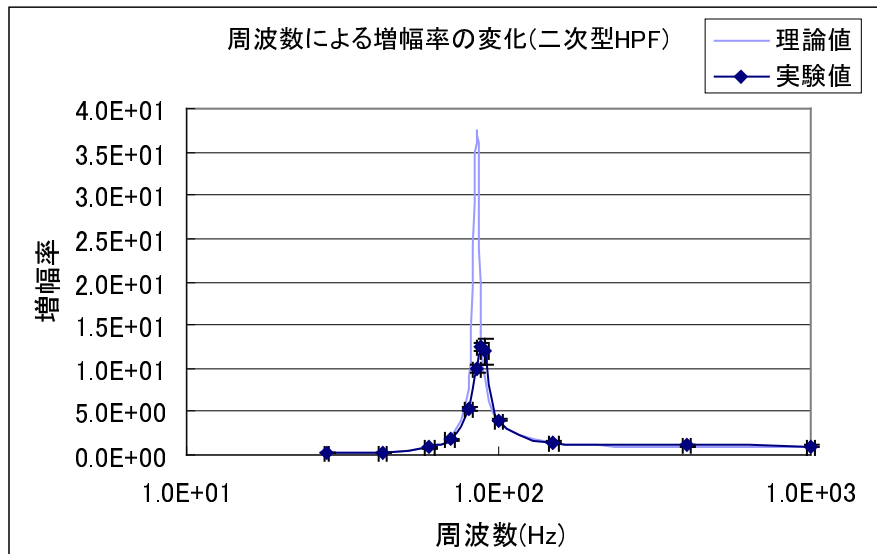


グラフ 4.2 二次型 HPF の増幅率と周波数の関係③

グラフがかなり鋭く、バンド幅を狭めるのに適していることが分かる。

TA の方のアドバイスを受け、予備実験的ではあるが作成した二次型 HPF を実際に検出回路に組み込む前に、パルサーから直接信号を入れ、その増幅率の周波数依存性を調べることにした。

正弦波の信号を入れたとき、実験結果として次のグラフが得られた。



グラフ 4.3 二次型 HPF の増幅率と入力信号の周波数の関係(実測)

最大の増幅率を与える周波数（以降最大増幅周波数）から離れた周波数領域ではおおむね実験値と理論値が一致しているが、最大増幅周波数付近では大幅に乖離していると言わざるを得ない。

素子の値の精度が今ひとつであること、バンド幅が極めて狭いため、実際の最大増幅周波数に周波数を合わせられず、検出できていない可能性が原因としては考えられる。

本実験に戻る。信号の周波数を変更にあたり、再度 S/N 比を測定し直す。

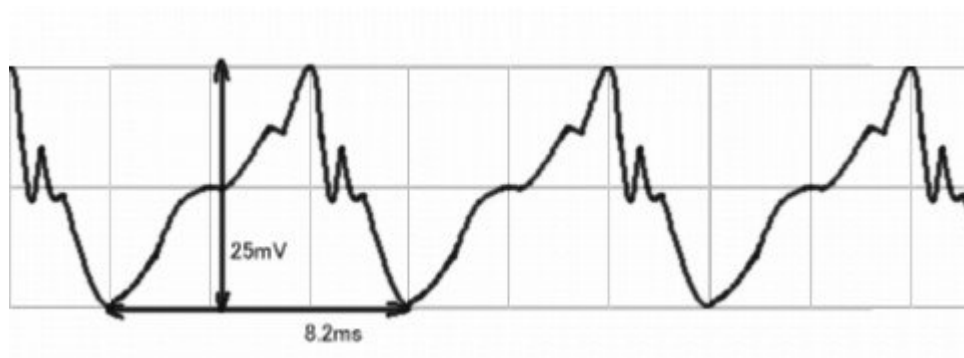


図 4.6 基本回路から出力されたノイズ②

4.3 節と同じようにシグナルは方形波とみて時間平均をとり、ノイズは 120Hz の正弦波とみて時間平均を概算する。シグナルの振幅が $55(\pm 4)\text{mV}$ 、ノイズの振幅が $25(\pm 3)\text{mV}$ であることから S/N 比は

$$S/N = \frac{55\text{mV}}{\frac{2}{\pi} \times 25\text{mV}} = 3.5 \text{ より } 3.5(\pm 0.3) \text{ 倍となる。}$$

先ほどのフィルタを光検出回路に付加する。

シグナルとノイズは次のようになった。

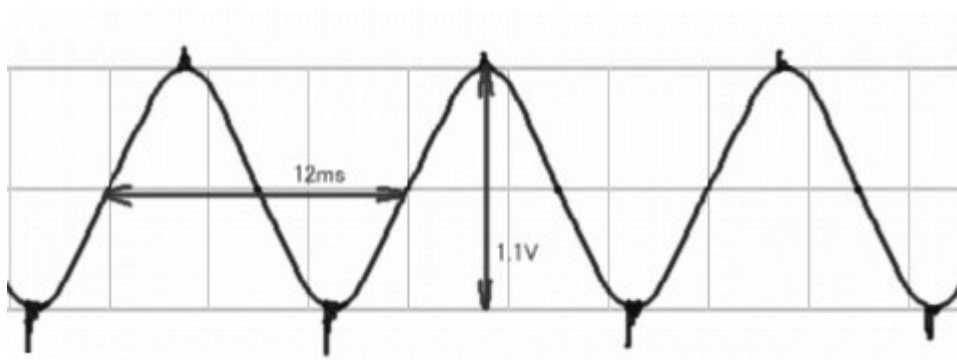


図 4.7 手順 1 実施後のシグナルの波形

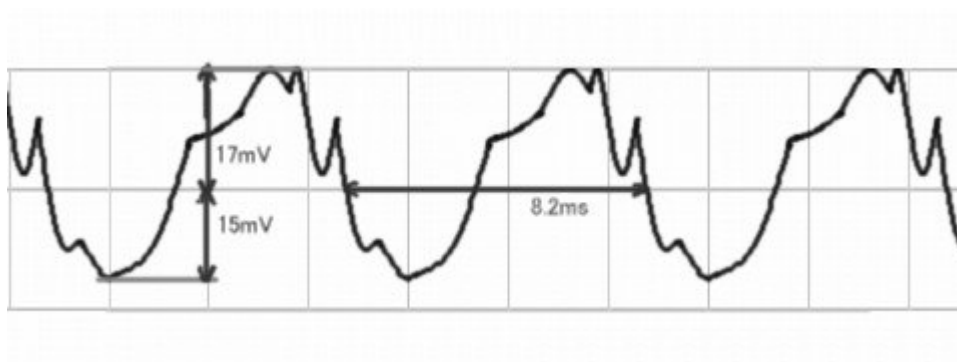


図 4.8 手順 1 実施後のノイズの波形

シグナルは 4.3 節のフィルタの時と同じように波形が正弦波に近いものとなっている。

ただ、ここでも増幅率は理論値の 38 倍に遠く及ばない。

ノイズは基本回路の出力と比較して 1.3 倍に増えた。しかし、今回のフィルタは 120Hz に対しては 2.0 倍の増幅率を持つ増幅器として働くため、4.3 節のケースとは違いノイズが増えることは想定範囲内である。

ここで、S/N 比を計算すると、

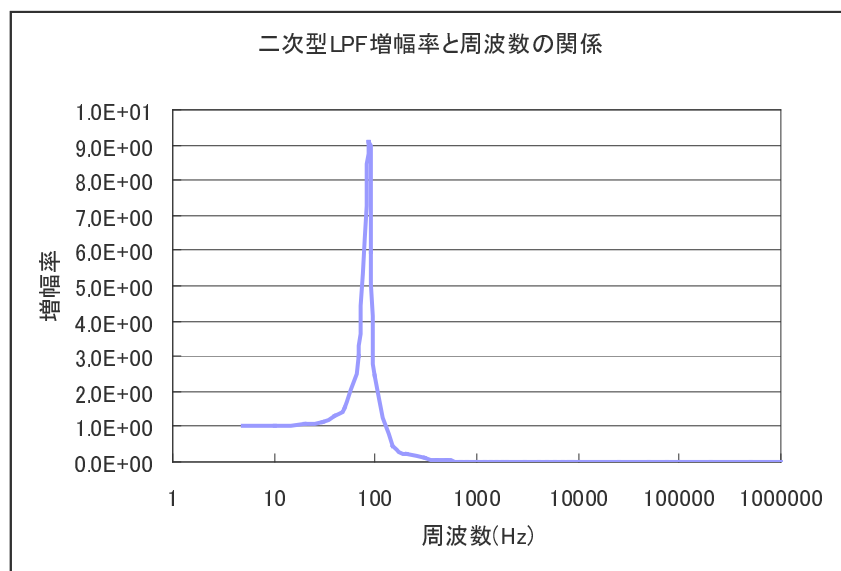
$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 1.1V}{\frac{2}{\pi} \times 32mV} = 36 \text{ より、} 36(\pm 1) \text{ 倍となり、手順 1 によって S/N 比は最初の状態から}$$

10(±1)倍改善されたことがわかる。

4-5 二次型 LPF の付加（手順 2）

次に、二次型 LPF を加えて二次型のバンドパスフィルターを構成する。

用いる素子は $R_1 = R_2 = 1.0M\Omega$ 、 $C_1 = 33nF$ 、 $C_2 = 100pF$ とした。理論上増幅率と周波数の関係は次のようになる。



グラフ 4.4 二次型 HPF の増幅率と周波数の関係②

増幅率の最大値は 9.1 倍である。20 倍や 30 倍といった値にしなかったのは、4.3 節での予備実験を考慮したためである。また、使えるコンデンサの値が限られていたことも大きい。シグナルとノイズは次のようになった。

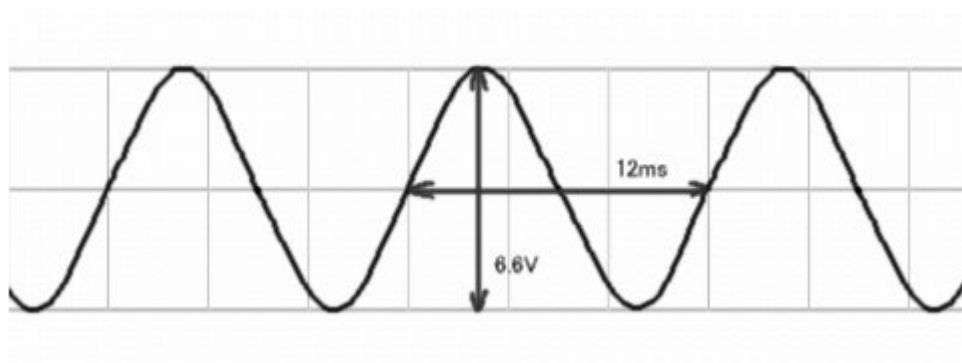


図 4.9 手順 2 実施後のシグナルの波形

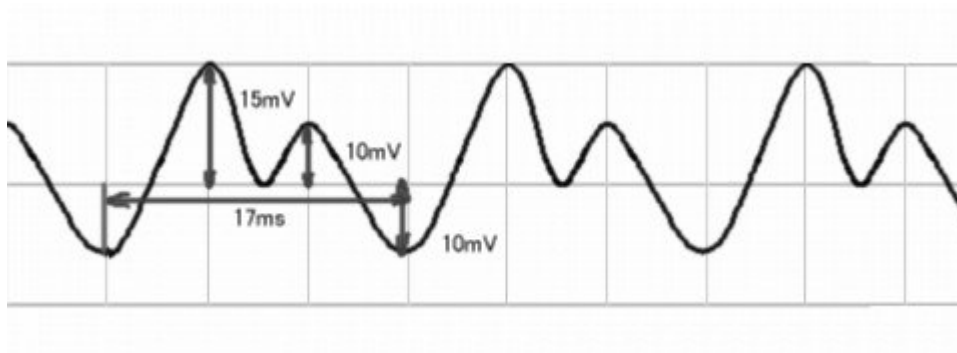


図 4.10 手順 2 実施後のノイズの波形

シグナルは完全に正弦波となった。これは、手順 1 で取り除かれなかった **85Hz** の奇数倍の周波数成分が今回の **LPF** によってカットされた事によるものと考えられ、フィルタが正常に働いていることを示唆している。

ただ、ここでも出力信号の強度は理論値に達していない。おそらく、両者の最大増幅周波数が **85Hz** から幾ばくかずれていて、完全に重なっていないことに起因していると考えられる。現にこの段階で完成したフィルタの最大増幅周波数は **85Hz** より若干小さい。

抵抗やコンデンサなどの部品にはどうしてもその値に誤差があり、二つのフィルタの最大増幅周波数を完全に一致させることは不可能に近く、今後フィルタを重ねていく際に理論と実験が一致しないことを覚悟しなければならないといえる。

そこで、今後はダイオードを光らせる周波数を **85Hz** とすることにこだわらず、**85Hz** 付近で最大の出力を得る周波数でダイオードを光らせ、**S/N** 比を計算する事とする。(ある意味では「出たところ勝負」であり、物理実験の正統から外れている感は否めないが、今回の場合はやむを得ないのではないかな。)

また、ノイズはこれまで主要なノイズであった **120Hz** に加えて **60Hz** のものが顕在化現れ始めている。今回付加した **LPF** は **60Hz** に対しては増幅器として働くためである。

手順 2 を施した時点で **S/N** 比は

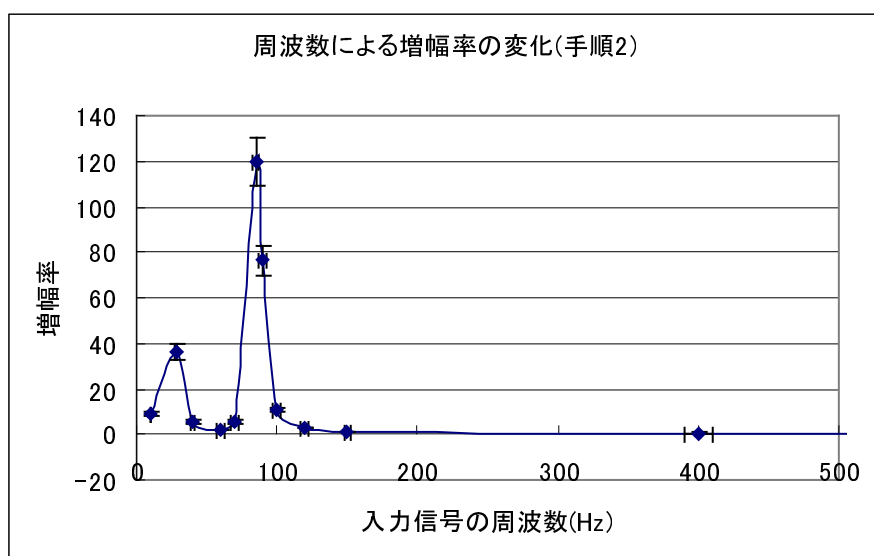
$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 6.6V}{\frac{2}{\pi} \times 25mV} = 2.6 \times 10^2 \text{ より、 } 2.6(\pm 0.1) \times 10^2 \text{ 倍となり、最初の状態から } 76(\pm 9) \text{ 倍}$$

改善されたことになる。

また、本実験には必ずしも必要では無いが、**LED** の発光周波数を変化させ、それぞれの周波数で基本回路からフィルタを通して出力される信号の振幅を測定した。

その値を基本回路から出力される信号の高さで除することで作成したフィルタの増幅率と

周波数の関係が大体分かる。手順 2 段階のものとして次のグラフを得た。



グラフ 4.5 手順 2 実施後の LED 発光周波数と増幅率の関係

但し、これは厳密に周波数と増幅率の関係を示すものではないことに注意する必要がある。例えば、28Hz 付近に増幅率のピークが見えるが、これは先に述べたように 28Hz の方形波がその成分としてもつ 85Hz ($\div 28 \times 3\text{Hz}$) の正弦波が増幅された結果であり、決してこのフィルタが 29Hz の正弦波に対して大きな増幅率を持っているわけではない。(実際、85Hz の信号強度は 28Hz のものと比べて $3.3(\pm 0.1)$ 倍となっており、悪くない精度で理論と一致している。)

また、例えば 120Hz で得られた出力信号の強度は純粋にシグナルのものだけでなく、ノイズを含むものである。

4-6 反転増幅器の付加 (手順 3)

さらに、反転増幅回路を付加する。ただし、ここでは予備実験とは異なり、入力に対して出力が小さくなるようなものを製作する。

先に使用したフィルタは、120Hz や 60Hz といったノイズに対しての増幅率が 1 より大きく、それをカットすることができない。

また、4-4 節の改良を終えた時点で信号の電圧は 6V に達しており、今後のフィルタ追加によって出力が OP アンプ出力の限界に達する可能性がある。

この二点の改善すべく、すべての周波数領域において信号強度を下げるような回路を付加することとした (この時点では、ダイオードを離していくことが解決につながるという考えに至らなかった。)

具体的には 2・2 節にあるような反転増幅回路を用いる。素子の値は図 2.2 と対応させて、

$$R_s = 24k\Omega、R_f = 2.4k\Omega \text{ のものを用いた。増幅率は式(2.4)から } \left| \frac{V_{out}}{V_{in}} \right| = \frac{R_f}{R_s} = \frac{2.4k\Omega}{24k\Omega} = 0.1$$

より 0.1 倍である。

この手順によって S/N 比の改善は期待できないが、ノイズ、信号ともに 1/10 になるはずである。以下に結果を記す。

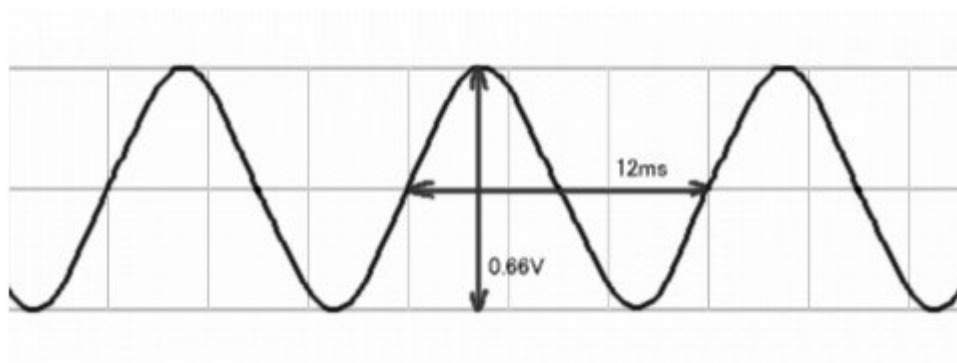


図 4.11 手順 3 実施後のシグナルの波形

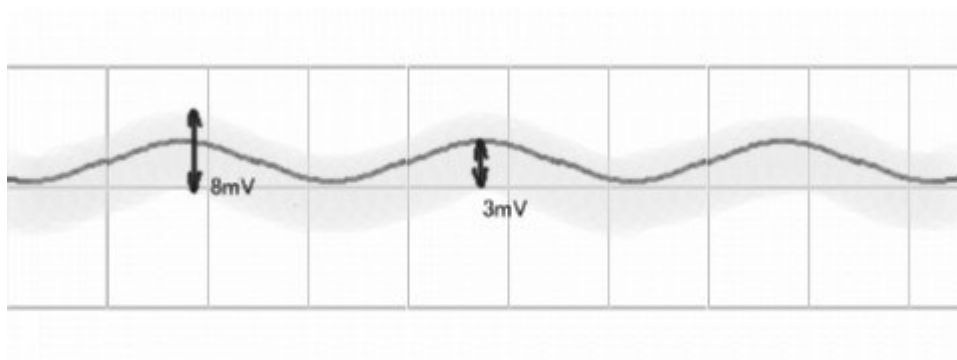


図 4.12 手順 3 実施後のノイズの波形

シグナルの大きさはちょうど 1/10 となっている。

ノイズの波形は図のように明るい正弦波にちかい振幅 3mV の波に 8mV 幅でもやのようなかかる結果となった。この「もや」は同軸ケーブル等から入る回路に由来しないものである（との佐藤さんのアドバイスであった）ため、今回は明るく見える波の振幅をノイズの振幅とする。なお、ノイズの周波数は 100Hz 程度であることは分かったが、正確な値を読みとるには至らなかった。

手順 3 によって S/N 比は

$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 0.66V}{\frac{2}{\pi} \times 3.0mV} = 2.2 \times 10^2 \text{ から、 } 2.2(\pm 0.1) \times 10^2 \text{ 倍となり、最初の状態から } 63(\pm 9) \text{ 倍}$$

改善されたこととなる。手順 2 までの状態よりもわずかながら悪化する結果となった。

4-7 二次型 LPF の付加 (手順 4)

バンド幅をさらに狭めるべく二次型の LPF を付加する。尚、ここで付加する LPF は 4.4 節のものと同様に設計されたものである。理論上、120Hz のノイズは 1.0 倍、85Hz の信号は 9.1 倍されるため、S/N 比は 9.1 倍改善されるはずである。

結果を以下に記す。

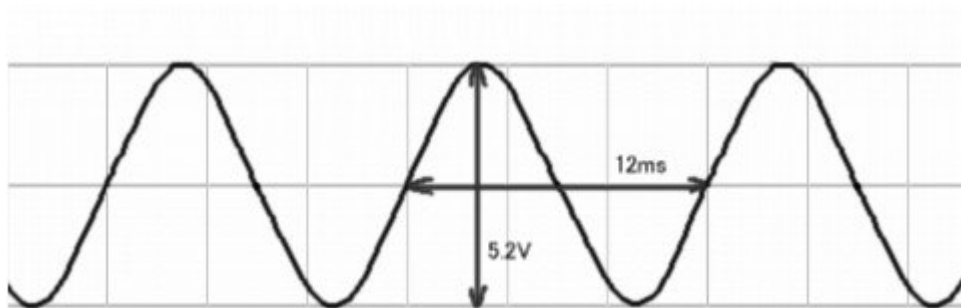


図 4.13 手順 4 実施後のシグナルの波形

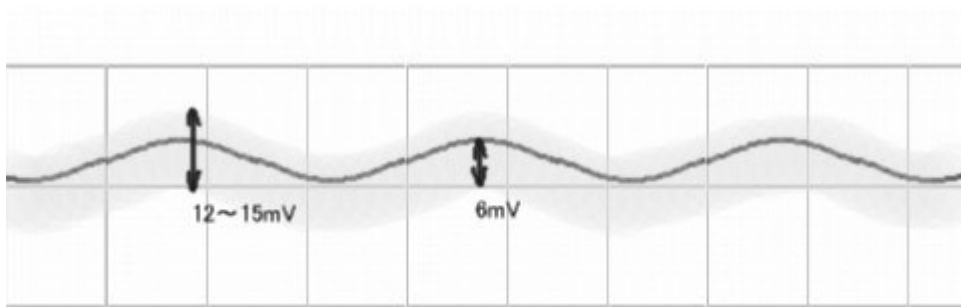


図 4.14 手順 4 実施後のノイズの波形

シグナルは手順 3 の時と比較して 7.9 倍となっている。理論値から比べると低い値であるが、フィルタを追加したことで最大増幅周波数が若干低くなったことを考慮すると、妥当な結果とも言える。

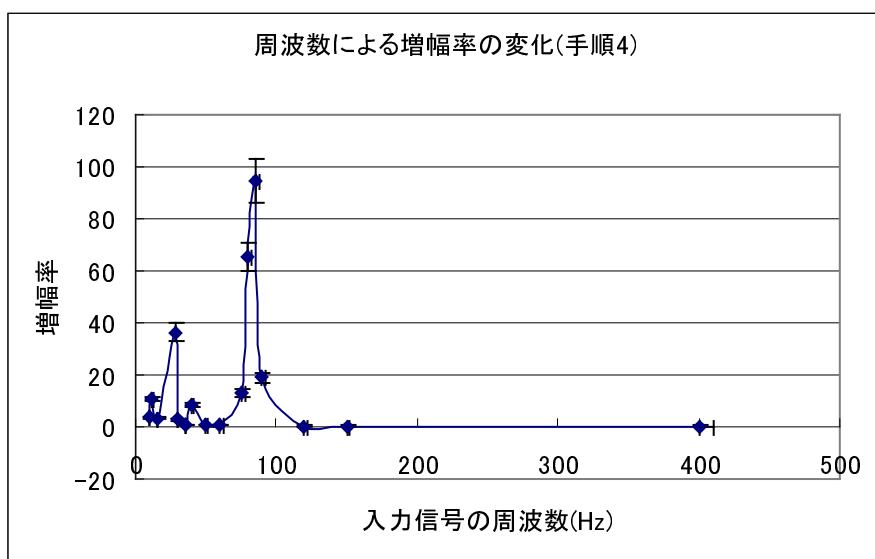
ノイズは前節同様に考えると、手順 3 の時と比較して 2 倍になったことになる。変動が大きく正確な周波数は測定できなかったが、LPF を付加した際に 2 倍になったことを考慮するとその周波数は 60Hz であり、この段階で主要なノイズが 120Hz から 60Hz に移った可能性がある。

手順 4 後の S/N 比は

$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 5.2V}{\frac{2}{\pi} \times 6.0mV} = 8.7 \times 10^2 \text{ より、 } 8.7(\pm 0.3) \times 10^2 \text{ 倍となる。}$$

これは、最初の状態から $7(\pm 2) \times 10^2$ 倍改善されたことになる。

また、4-5 節で行った実験と同様に周波数を変えて出力信号を測定し、増幅率を概算した結果、次のグラフが得られた。



グラフ 4.5 手順 4 実施後の LED 発光周波数と増幅率の関係

手順 2 の時と比較してバンド幅が狭くなっていることが伺える。

4-8 二次型 LPF の付加 (手順 5)

4.4 節、4.6 節のものと同様に設計された二次型の LPF をもう一度付加する。(LPF ばかり付加することとなったのは、先に組み込んだものが当初正常に動作せず、こちらを代替のものとして組んだ後に欠陥箇所が発見されたことによる。)

主要なノイズが 60Hz となったと考え、このフィルタを付加することでノイズは 2.0 倍、85Hz の信号は 9.1 倍されるため、理論上 S/N 比は 4.5 倍改善されるはずである。

なお、この LPF を付加すると理論上出力がオペアンプの出力限界である 30V を大きく上回る可能性があるため、あらかじめ発行ダイオードをフォトダイオードから遠ざけ、入力信号を弱めておくことにする。具体的には手順 4 終了時点で $5.2(\pm 0.1)V$ あった出力信号を $0.12V(\pm 0.01)$ となるように調節した。これによって、基本回路から出るダイオードの信号は理論上 1.3mV 程度となったことになる。(測定はできなかった) 以降、S/N 比計算の際に

は実験結果に $5.2/0.12$ を乗ずることで、補正を行う。
 シグナル、ノイズの出力は次のようになった。

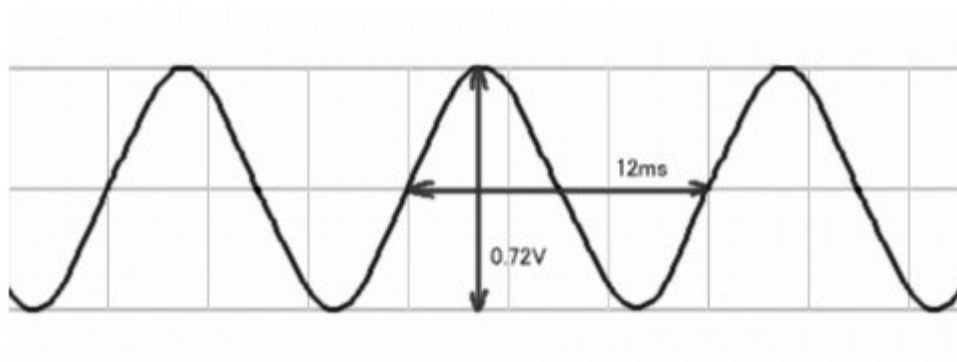


図 4.15 手順 5 実施後のシグナルの波形

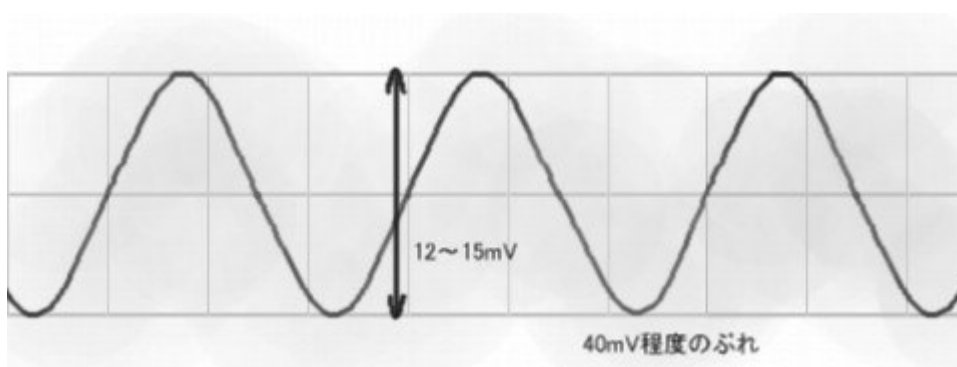


図 4.16 手順 5 実施後のノイズの波形

最大増幅周波数はこのフィルタを付加したことでさらに変動し 83Hz 付近となった。シグナルの増幅率が 6.0 倍でとどまったのも無理はないと言える。

ノイズはフィルタを付加することで 4 倍となった。理論値の 2 倍を大きく上回ったのは、増幅され、今回発現したノイズが 60Hz ではなく 80 数 Hz のものであるからである。未だに 60Hz の成分もかなりあると思われるが、ここで主要なノイズは 60Hz から（シグナルと同一である） 80 数 Hz のものに移ったことになる。

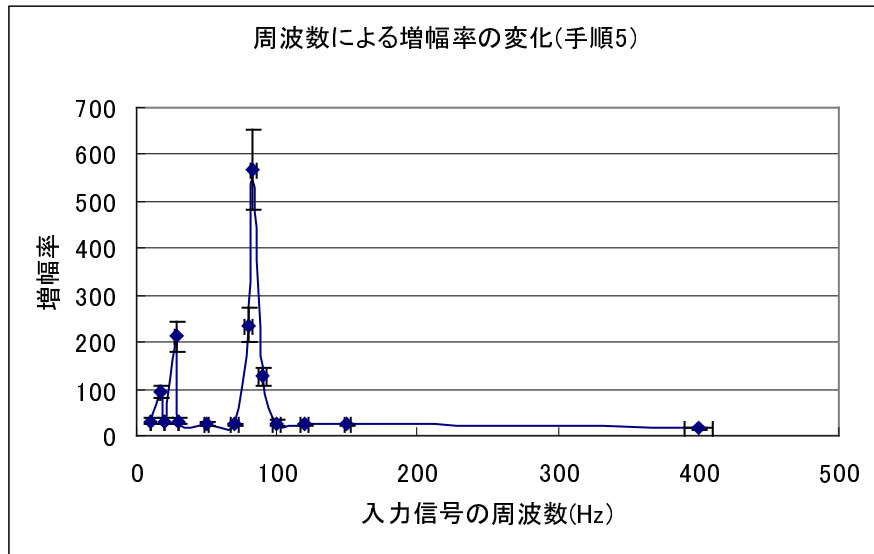
この時点で S/N 比を計算すると、

$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 0.72V \times \frac{5.2V}{0.12V}}{\frac{2}{\pi} \times 14mV} = 2.3 \times 10^3 \text{ より、 } 2.3(\pm 0.4) \times 10^3 \text{ 倍となる。}$$

手順 5 を終えた段階で最初の状態から $2.5(\pm 0.3) \times 10^2$ 倍改善されたことになる。

周波数を変えて出力信号を記録する実験も、前節に引き続き行うことにした。結果は次の

ようになった。なお、この節の冒頭で述べた”補正”をこの実験にも加味してある。



グラフ 4.6 手順 5 実施後の LED 発光周波数と増幅率の関係

実験結果からバンド幅を見積もると $6(\pm 3)\text{Hz}$ 程度とかなり狭くなっている。なお、 28Hz の右側に現れたピークの周波数はおよそ 17Hz であり、 17Hz の方形波に含まれる（フーリエ展開した際に現れる 3 つ目の）成分の $85\text{Hz}(=17\text{Hz} \times 5)$ の正弦波が増幅されたものであると考えられる。

実際、 17Hz でダイオードを光らせた際の出力信号の振幅は 85Hz でのものの $0.17(\pm 0.01)$ 倍となっており、理論値(0.2 倍)に近い値となっている。また、 28Hz についても同様に計算すると、 $0.37(\pm 0.01)$ 倍となり、こちらも理論値(0.33 倍)と大きくは変わらない。

4-9 二次型 BPF の付加（手順 6）

最後に、4.3 節で用いた二次型 HPF と 4.4 節他で用いた二次型 LPF を組み合わせ、二次型 BPF を構成して回路に付加する。順序は LPF・HPF の順に組んだ。

ここで用いる LPF 及び HPF の最大増幅周波数にここまでのフィルタのそれが一致し、それぞれの素子の値に狂いがないとすると、これによって 120Hz と 60Hz のノイズがそれぞれ 2.0 倍、 85Hz の信号が 340 倍される。しかし、それは S/N が 85 倍改善されることを意味しない。というのは、手順 5 終了時のノイズにはすでに 80 数 Hz のものが現れ始めており、シグナルと共にそのノイズが大幅に増幅されられると考えられるからである。

手順 6 において LPF や HPF ではなく BPF を作成したのは、完成後の最大増幅周波数のノイズのみを抽出し、そのもともとの大きさを見積もることで、「バンド幅を狭める」という方法での限界がどのあたりにあるのかを見極めようとの狙いからである。

なお、この BPF を付加する前に前節と同じように発光ダイオードをフォトダイオードから遠ざけ、BPF への入力に $0.34(\pm 0.01)V$ となるように調節した。(実際には出力信号が振り切れるか振り切れないかのぎりぎりの所まで LED を離れた結果、BPF への入力は $0.34V$ となった、といった方が正しいかも知れないが。) シグナル・ノイズの波形はそれぞれ次のようになった。

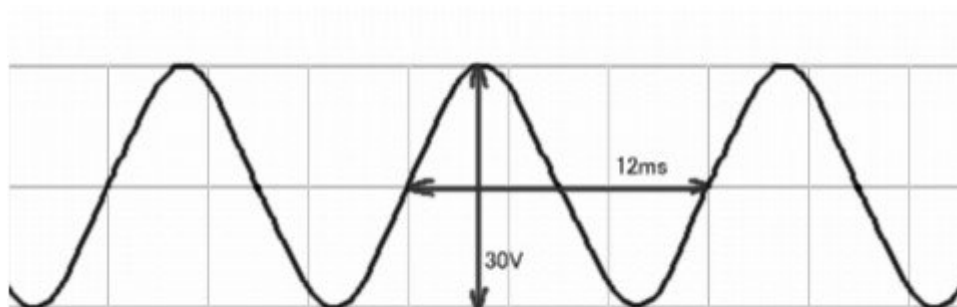


図 4.17 手順 6 実施後のシグナルの波形

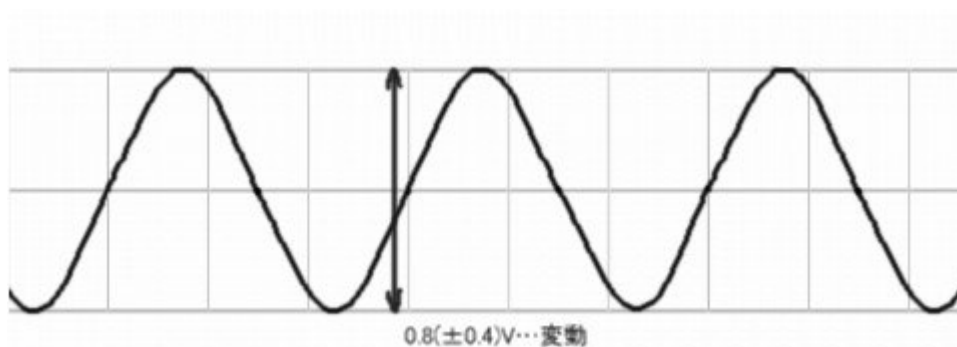


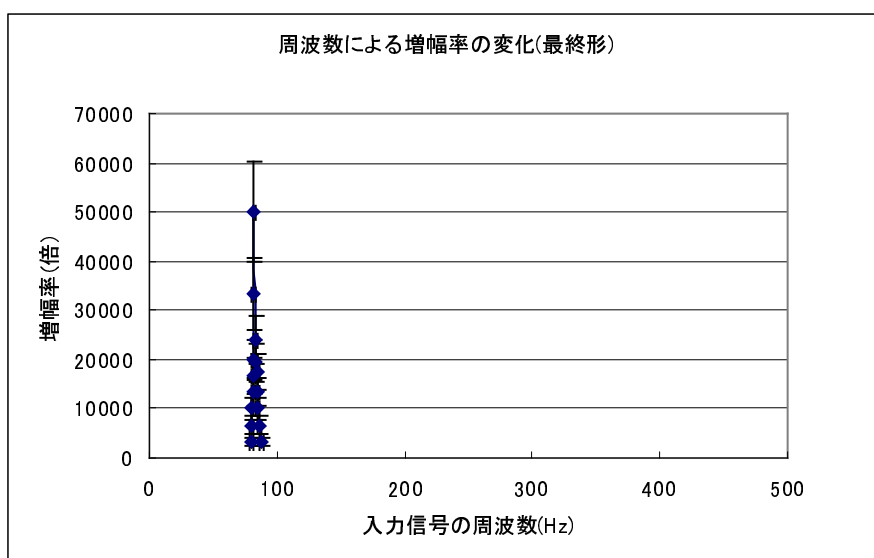
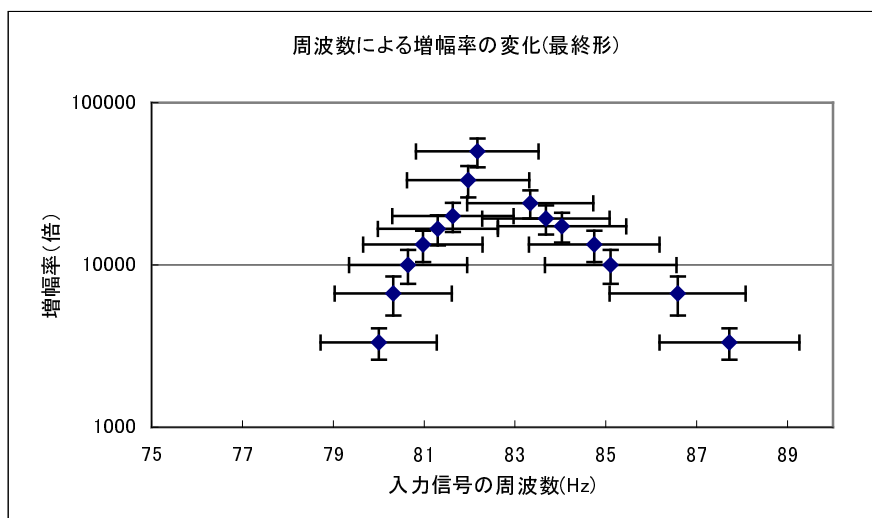
図 4.18 手順 6 実施後の最終的なノイズの波形

現れた巨大なノイズの周波数は $83Hz$ 。シグナルと一致している。シグナルは若干振り切れ気味であった（時間変動している様子だった）が、 $30V$ とした。 S/N 比を計算しておく。

$$S/N = \frac{\frac{2}{\pi} \times 30V \times \frac{5.2V}{0.12V} \times \frac{0.72V}{0.34V}}{\frac{2}{\pi} \times 0.80V} = 3.4 \times 10^3 \text{ より、 } 3.4(\pm 0.5) \times 10^3 \text{ 倍。}$$

これは、最初の状態から $1.0(\pm 0.2) \times 10^3$ 倍改善されたことを意味する。

前節から行ってきた周波数を変えて出力信号をみる測定をこの節に於いても行う。オシロスコープの最小目盛りの $1/8$ まで肉眼で読みとる難度の高い測定の結果は次のグラフのようになった。



グラフ 4.6 手順 6 実施後の LED 発光周波数と増幅率の関係

80-88Hz の間でしかデータを採れていないのは、ノイズが 1V 程度とかなり大きく、GND で回路を覆っても消すことができないことによる。ただ、これまでのグラフと違い、フーリエ展開された正弦波の考察が必要である周波数帯を含まず、プロットされている領域ではノイズの寄与も小さいため、フィルタそのものの増幅率-周波数関係にかなり近いグラフであると考えられる。

このグラフで見ると、最終的なバンド幅は $2(\pm 3)\text{Hz}$ 程度とかなり狭いものとなっている。一次型のフィルタのみの使用ではここまでは到達できなかったのではないだろうか。

さて、当初の目論見通り最大増幅周波数付近のノイズを抽出することができたので、それについて若干考察しておく。今回製作した増幅率の最大値が 50000 倍程度であることを考

えると、 0.8V のノイズはフィルタを通過する前の段階では $10\ \mu\text{V}$ 程度であったと考えられる。

ここで、ジョンソンノイズなるものの強度を計算する。ジョンソンノイズとは抵抗から生じる熱雑音で、今回扱うものの中では最も小さいノイズと考えられるものである。ジョンソンノイズは周波数によらず次の式で計算される。

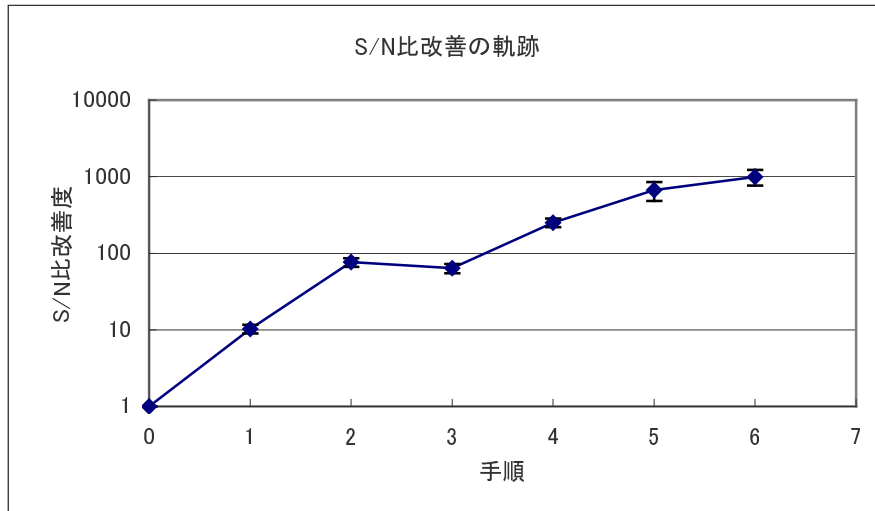
$$V_n = \sqrt{4k_B T R \Delta f} \quad (4.1)$$

ボルツマン定数 $k_B = 1.38 \times 10^{-23}$ 、温度 $T = 300$ 抵抗は光検出回路（基本回路）に組み込まれているものの寄与がもっとも大きいとして $R = 1.0 \times 10^6$ バンド幅は先ほど計算した最終的な値を用いて $\Delta f = 2$ としてジョンソンノイズを求めるとその大きさは $0.1\ \mu\text{V}$ のオーダーとなる。

つまり、最終的に現れたノイズは「最小のノイズ」よりも二桁大きいものであるという結果が出た。

まとめ

ここまで合計 6 つの手順で S/N 比改善を図った。その結果は次のようなものであった。



グラフ 5.1 S/N 比改善の軌跡

今の時点で S/N 比は最初の状態から 1000 倍改善されている。

ただ、4.9 節で触れた通り、これ以降はこれまでのようにフィルタを付加することでは S/N 比は改善しない。しかし、先に計算したジョンソンノイズの概算（それが妥当であるかどうか、実際かなり疑いの余地はあるのだが）を受け入れた場合にはまだあと 100 倍程度 S/N 比改善することができるということになる。

そうしたときにまず考えられるのは回路が発振、或いは共振していた可能性である。

素子の多い二次型フィルタを数多く用いると言うことで回路を作る際一応気を付けたつもりであったのだが、最終的に組み上がった回路は様々な箇所では信号線が交差したり近接したりしていた。これを解消すれば S/N 比はさらに改善されたかも知れない。

もっと厳密に回路を組み、最大周波数を重ね合わせることができれば今回用いた半分程度の数のフィルタで同等の性能を得ることも可能であり、そうすれば基盤が今回のように混み合うことはなく、共振は起こりにくくなる。

素子のスクリーニングをさらに徹底する、或いは可変素子を利用したりすることでさらなる性能向上の可能性がある。今後この実験に取り組む方々の為に実験室には三点スイッチ、可変素子、そしてもう少し正確な値を持ったコンデンサを準備してもらいたい。

また、今回はレポートに記す段階でかなりの量の実験・データ・考察を「お蔵入り」させた。

中にはまるまる無かったことにしてしまった回路・実験もある。~~（実は一時型フィルタを 4~~

~~つ付加した回路を今回のレポートに載せたものとは別に製作していた。二次型フィルタはそれに見切りをつけた結果であった。)~~

そんなロスをしてしまったり、途中テストや夏休みがあったりして実験がなかなか進まず、帰宅後回路を製作したり、夏休み中や月曜、金曜といった本来実験のない時に実験室に通うこともしばしばであった。

救いであったのはその度に実験担当の水野さんが実験室を開けて下さったことである。この事無くして S/N 比 1000 倍の改善はあり得なかった。好意に深く感謝しつつ、レポートを結ぶ。

参考文献

- [1] 物理学実験 2005 年度版 名古屋大学理学部
- [2] 演算増幅器 ー回路設計ハンドブックー スタウト著 マグロウヒルブック株式会社
- [3] 絵ときでわかるオペアンプ回路 内山明治 村野靖 共著 オーム社出版局
- [4] Wikipedia