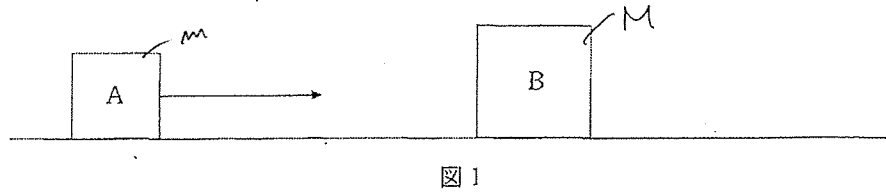


水平な床の上における小物体の運動について、以下の問いに答えよ。

問1 水平で摩擦のある床の上に、質量 m の小物体 A と質量 M の小物体 B を静止させておく。ただし、 $m < M$ である。



いま、図1のように、小物体 A を水平方向から小物体 B と衝突させたところ、衝突直後に、小物体 A が静止し、小物体 B は衝突直前の小物体 A と同じ向きに運動した。

(1) 衝突直前の小物体 A の速さを v_0 とする。衝突直後の小物体 B の速さ v を求めよ。

$$m v_0 = m \cdot 0 + M v \quad v = \frac{m}{M} v_0$$

(2) この衝突における反発係数(はねかえり係数) e はいくらか、 m および M を用いて表せ。

$$e = - \frac{0 - \frac{m}{M} v_0}{v_0 - 0} = \frac{m}{M}$$

(3) 衝突直前の小物体 A の運動エネルギーを K_0 で表すとき、衝突直後の小物体 B の運動エネルギー K は K_0 の e 倍になることを示せ。

$$K = \frac{1}{2} \cdot M \cdot \left(\frac{m}{M} v_0\right)^2 = \frac{1}{2} m v_0^2 \cdot \frac{m}{M}$$

(4) 小物体 B は衝突後に距離 l だけ直進して静止した。重力加速度の大きさを g とし、床と小物体 B の動摩擦係数を μ' とするとき、 l を v_0 、 e 、 g および μ' を用いて表せ。

$$0 - \frac{1}{2} M \left(\frac{m}{M} v_0\right)^2 = -\mu' M g l$$

$$l = \frac{(e v_0)^2}{2 \mu' g}$$

問2 今度は、質量がともに m の小物体 C と小物体 D を質量の無視できるばねで連結し、水平でなめらかな床の上に静止させておく。

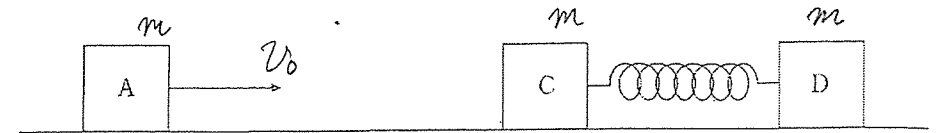


図2

いま、図2のように、この状態の小物体 C に、質量 m の小物体 A を、小物体 C と小物体 D を結ぶ直線に沿って速さ v_0 で衝突させた。衝突は弾性衝突とし、衝突以降の小物体は、小物体 A、C および D を結ぶ一直線上を運動するものとする。また、小物体の衝突の結果としてばねが縮む長さに比べて、ばねの自然長は十分長いものとする。

(1) 衝突直後の小物体 A および小物体 C の速さをそれぞれ求めよ。
 運動量保存 $m v_0 = m v_A + m v_C$
 中立的エネルギー保存 $\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m v_C^2$
 $v_A = v_0 - v_C$
 $v_0^2 - v_C^2 = (v_0 - v_C)^2$
 $v_C = v_0$
 $v_A = 0$

(2) ばねが最も縮んだ瞬間、小物体 C と小物体 D は同一の速さ V になった。このときの速さ V を求めよ。

$$m v_0 = 2 m V \quad V = \frac{v_0}{2}$$

(3) ばねが最も縮んだ瞬間における小物体 C と小物体 D の運動エネルギーの合計 K' は、衝突前に小物体 A が持っていた運動エネルギー K_0 の何倍か。

$$\frac{K}{K_0} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2m \left(\frac{v_0}{2}\right)^2}{\frac{1}{2} m v_0^2} = \frac{1}{2}$$

(4) 衝突前の状態と比べて、ばねが縮んだ長さは最大で d であった。ばねのばね定数を k とするとき、 d を m 、 k および v_0 を用いて表せ。

$$\frac{1}{2} \cdot k d^2 = \frac{1}{4} m v_0^2 \quad d = v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}$$

答 問1(1) $v = \frac{m}{M} v_0$ (2) $e = \frac{m}{M}$ (3) 略 (4) $l = \frac{(e v_0)^2}{2 \mu' g}$

問2(1) A...0 C... v_0 (2) $V = \frac{1}{2} v_0$ (3) $\frac{1}{2}$ 倍 (4) $d = v_0 \sqrt{\frac{m}{2k}}$