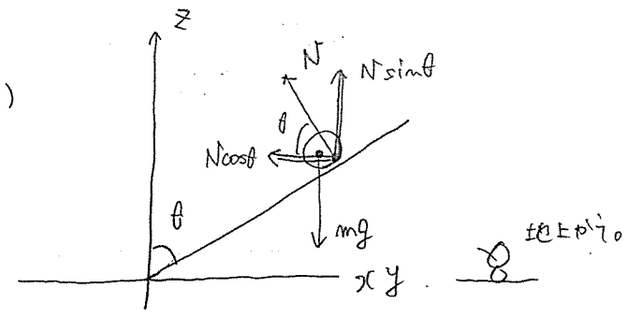
3

2006、東北大学、後期

(1)

(a)



地上から。

鉛直つり合い $N\sin\theta = mg \Leftrightarrow N = \dfrac{mg}{\sin\theta}$

水平 運動方程式 向心力 $m\dfrac{v^2}{r} = N\cos\theta = \dfrac{mg}{\sin\theta}\cdot\cos\theta$

$= \dfrac{mg}{\tan\theta}$ −①

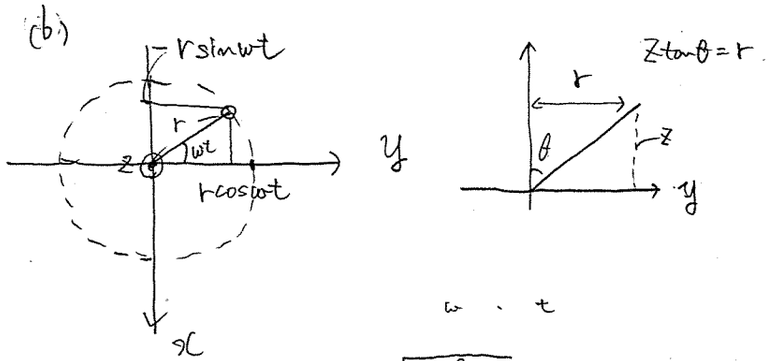
①より、

$v = \sqrt{\dfrac{gr}{\tan\theta}}$ −②

$v = r\omega$

$\Leftrightarrow \omega = \dfrac{v}{r} = \sqrt{\dfrac{g}{r\tan\theta}}$ −②'

(b)



ω, t

Ⅳより、 $x = -r\sin\sqrt{\dfrac{g}{r\tan\theta}}\cdot t$

$y = r\cos\sqrt{\dfrac{g}{r\tan\theta}}\cdot t$

$z = \dfrac{r}{\tan\theta}$

(c) ②より、

$K = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{mgr}{2\tan\theta}$ −③

$U = mgz = \dfrac{mgr}{\tan\theta}$ −④

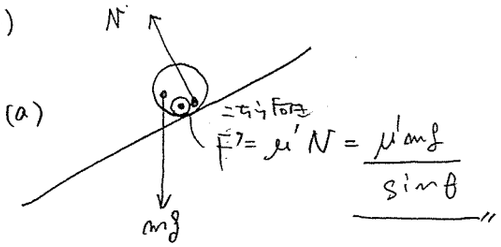
$E = K + U = \dfrac{3mgr}{2\tan\theta}$ −⑤ //

③、④より

$R = \dfrac{K}{U} = \dfrac{1}{2}$ //

(2)

(a)



$F = \mu' N = \dfrac{\mu' mg}{\sin\theta}$ //

$p = \dfrac{W}{t} = \dfrac{\frac{\mu' mg}{\sin\theta}\cdot l}{t} = v\cdot$ 「近似的に等速」

$= \dfrac{\mu' mg}{\sin\theta}\sqrt{\dfrac{gr}{\tan\theta}}$ //

エネルギーが、失われるので、

(b) ⑤より $E = \dfrac{3mgr}{2\tan\theta}$ が、だんだん小さくなる

$\Rightarrow$ rは小さくなる r:(ア) //

一方で、②'より、定数

$\omega = \sqrt{\dfrac{g}{r\tan\theta}}$ であるから、

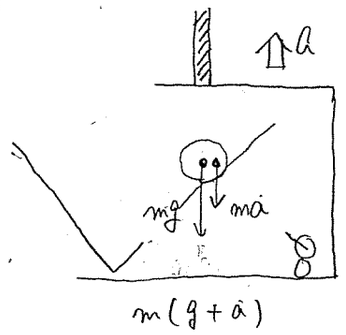
r → ㋑ で、 ω → ㋭ である。

ω:(ウ)

(3)

見かけの重力が、$m(g+a)$ になるので、

面積速度一定とみなせて考えて、



$\dfrac{1}{2}r_0^2\sqrt{\dfrac{g}{r_0\tan\theta}} = \dfrac{1}{2}r_1^2\sqrt{\dfrac{(g+a)}{r_1\tan\theta}}$

$r_0^3 \cdot g = r_1^3 (g+a)$

$r_1 = \sqrt[3]{\dfrac{g}{g+a}}\, r_0$ //

$\omega_1 = \sqrt{\dfrac{(g+a)}{r_1\tan\theta}} = \sqrt{\dfrac{(g+a)\cdot g}{\sqrt[3]{\frac{g}{g+a}}\, r_0\tan\theta\cdot g}}$

$= \left(\left(\dfrac{g+a}{g}\right)\left(\dfrac{g+a}{g}\right)^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{1}{2}}\omega_0 = \left(\dfrac{g+a}{g}\right)^{\frac{2}{3}}\omega_0$ //

$\left(\blacksquare^{\frac{4}{3}}\right)^{\frac{1}{2}} = \blacksquare^{\frac{2}{3}}$

多分、もっとストレートに計算できそう。