3 2011年 金沢大学 後期日程

図2aのように水平な円板の半径方向にレールを取り付け，レール上に大きさの無視できる質量 m[kg]のおもりを置いた。おもりはレール上のみを動く。円板の中心 O にばねの一端を固定し，もう一端をおもりに取り付けた。ばねの自然長は l[m]，ばね定数は k[N/m]とする。重力加速度の大きさを g[m/s^2]とする。問1から問6までは，おもりとレールの間の摩擦は無視する。

はじめ円板は静止している。おもりを円板の外側に引っ張ってばねの長さを A[m]とし，時刻 0[s]で手を離すと，おもりは単振動をはじめた。

問5

$ml'\omega^2$

$k(l'-l)$

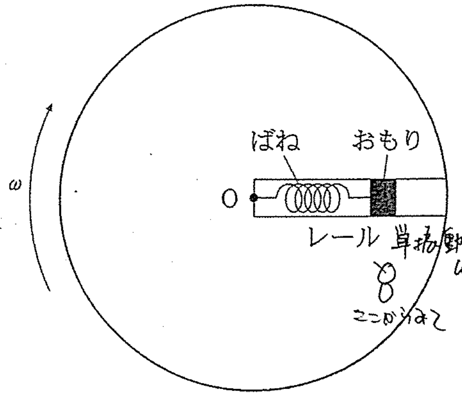
力のつり合いより、

$k(l'-l) = ml'\omega^2$ —①

$kl' - kl = ml'\omega^2$

$(k-m\omega^2)l' = kl$

$l' = \dfrac{kl}{k-m\omega^2}$



円板を鉛直上方から見た図

図2a

問6

(振) A_2として、

$A_2 = B - l' = B - \dfrac{kl}{k-m\omega^2}$

(周) l　l'　$k(l'-l+x)$　$m(l'+x)\omega^2$　自然長　つり合い　x　$\dfrac{ml'\omega^2}{k}$ ①より

単振動の角振動数を ω_1として、

$m(-\omega_1^2 x) = m(l'+x)\omega^2 - k(l'-l+x)$

$= m(l'+x)\omega^2 - (ml'\omega^2 + kx)$

$= -(k-m\omega^2)x$

より、$\omega_1 = \sqrt{\dfrac{k-m\omega^2}{m}}$，$T = \dfrac{2\pi}{\omega_1} = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k-m\omega^2}}$

問1 おもりの単振動の振幅と周期を求めなさい。 (振) $A-l$ (周) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

問2 最初にばねが自然長 l になる時刻を求めなさい。 tとして、 $t = \dfrac{T}{4} = \dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

問3 おもりの加速度の大きさの最大値を求めなさい。 折り返し点で、$F = k(A-l)$ であり、$a = \dfrac{F}{m} = \dfrac{k}{m}(A-l)$

問4 おもりの速さの最大値を求めなさい。v_mとして、 振動中心で、力学的エネルギー保存則

$\dfrac{1}{2}k(A-l)^2 = \dfrac{1}{2}mv_m^2$

$v_m = \sqrt{\dfrac{k}{m}}(A-l)$

次に，円板が水平面内で，O を中心に一定の角速度 ω [rad/s]で回転している場合を考える。

問5 おもりが振動することなく円板に対し静止しているとき，ばねの長さを求めなさい。l'として、

問6 問5の状態から，ばねの長さが B[m]となるまで円板の外側におもりを引っ張り，離すと，おもりは円板に対して単振動をはじめた。単振動の振幅と周期を求めなさい。

次に，おもりとレールの間に摩擦力が働く場合を考える。静止摩擦係数は μ とする。円板が静止した状態で，円板の外側におもりを引っ張り，ばねの長さを C[m]とした。このとき，おもりは静止していた。

$k(C-l)$　$mC\omega_m^2$　μmg　l　C

力のつり合い $mC\omega_m^2 = k(C-l) + \mu mg$

問7 円板の角速度が徐々に増して ω_m [rad/s]となったとき，おもりは円板に対して滑りはじめた。ω_m の大きさを求めなさい。

$\omega_m = \sqrt{\dfrac{k(C-l)+\mu mg}{mC}}$

問8 おもりに働く静止摩擦力 f [N]と円板の角速度 ω との関係を表すグラフを，図2b の選択肢の中から選び，記号で答えなさい。ただし，f は円板の中心 O から外向きを正とする。

力のつり合いより $mC\omega^2 = k(C-l) - f$

⇒ $f = k(C-l) - mC\omega^2$ —②

軸 $\omega = 0$、上に凸 放物線。

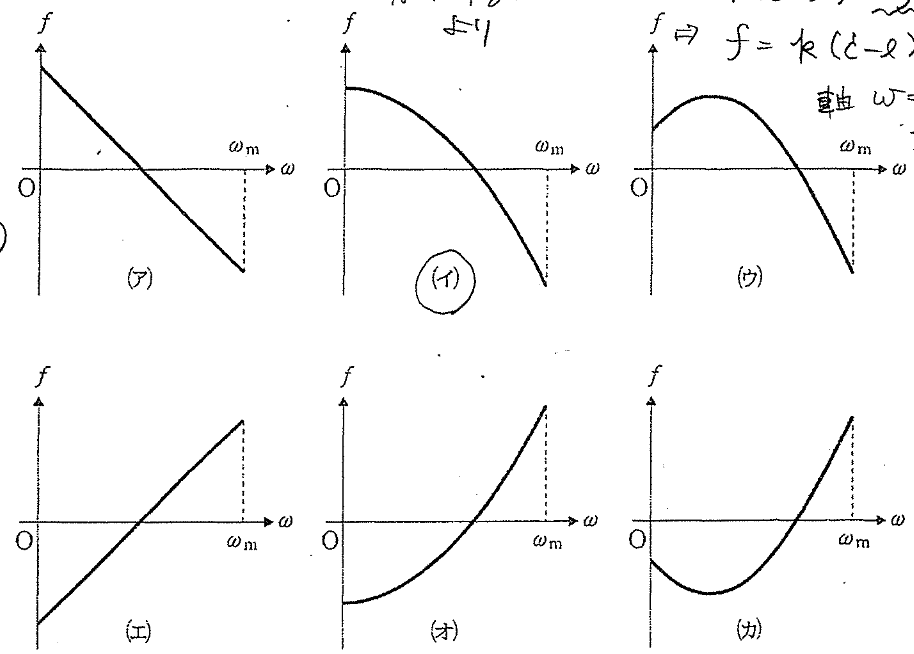


図2b

問9 $\omega = 0$ および $\omega = \omega_m$ での f の値をそれぞれ求めなさい。

②より、$\omega = 0$で、$f = k(C-l)$

$\omega = \omega_m$で、$f = -\mu mg$

(注) スペースの都合で全て単位[ ]を省いた。本来はつけるべき。

答 問1 振幅 $A-l$、周期 $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ 問2 $\dfrac{\pi}{2}\sqrt{\dfrac{m}{k}}$ 問3 $(A-l)\dfrac{k}{m}$ 問4 $(A-l)\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

問5 $\dfrac{k}{k-m\omega^2}l$ 問6 振幅 $B-\dfrac{k}{k-m\omega^2}l$、周期 $2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k-m\omega^2}}$ 問7 $\omega_m = \sqrt{\dfrac{k(C-l)+\mu mg}{mC}}$

問8 (イ) 問9 $\omega = 0$ のとき $f = k(C-l)$，$\omega = \omega_m$ のとき $f = -\mu mg$