2 2014年　岩手大学　前期日程

一辺の長さが a[m]で，一様な密度ρ [kg/m^3]をもつ立方体を水に浮かべる。立方体は鉛直方向に動くとし，その際の水の抵抗および水面の変化は無視できる。水の密度を ρ_w [kg/m^3]，重力加速度を g[m/s^2]とし，以下の問いに答えよ。

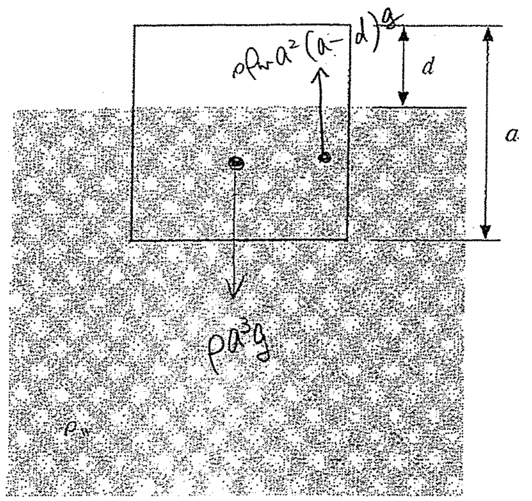


図 11

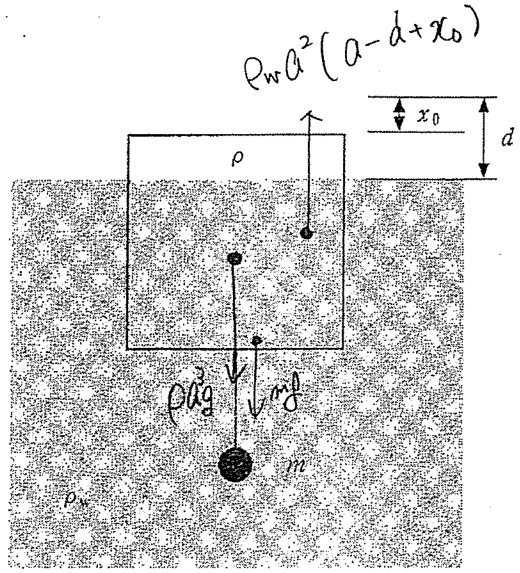


図 12

〔Ｉ〕立方体を水面に浸したところ，図 11 のように，底面を水平にして上面を水面から d[m] $\left(d<\frac{a}{2}\right)$だけ出して静止した。

(1)　立方体にはたらく重力と浮力を求めよ。

$F_{浮}=\rho_w V' g=\rho_w a^2(a-d)g$ [N]　（V'：水中のみ）

$W=\rho V g=\rho a^3 g$ [N]

$W=F_{浮}$として，$\rho a^3 g=\rho_w a^2(a-d)g$ …①

$\rho a=\rho_w a-\rho_w d$

(2)　水面からの高さ d を求めよ。

$d=\left(1-\frac{\rho}{\rho_w}\right)a$ [m]

〔II〕次に，図 12 のように，立方体の下に質量 m[kg]のおもりを糸でつり下げたところ，立方体の上面が x_0 [m]($x_0<d$)だけ下がり静止した。おもりと糸の体積，糸の質量は無視できるものとする。

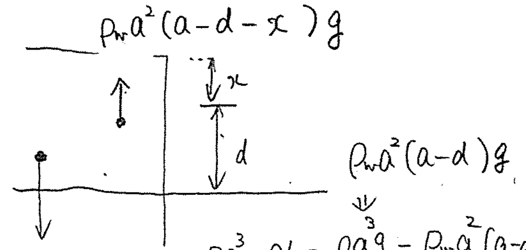
(3)　立方体の上面の下降距離 x_0 を，a，ρ_w，m を用いて表せ。

①より，$\rho_w a^2(a-d+x_0)g-\underbrace{\rho a^3 g}_{①より}-mg=0$

$\rho_w a^2(a-d)+\rho_w a^2 x_0-\rho_w a^2(a-d)-mg=0$

$x_0=\frac{m}{\rho_w a^2}$ [m]

糸を切ったところ，立方体は単振動をはじめた。



(4)　単振動の振幅を求めよ。　x_0

加速度をαとして，

$\rho a^3\cdot\alpha=\rho a^3 g-\rho_w a^2(a-d-x)g$

$\rho a^3(\underbrace{-\omega^2 x}_{\alpha})=-\rho_w a^2 g x$

$\omega=\sqrt{\frac{\rho_w g}{\rho a}}$ [rad/s]

(5)　単振動の周期を，a，ρ，ρ_w，g を用いて表せ。導出過程も示すこと。

$T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{\rho a}{\rho_w g}}$ [s]

(6)　立方体の上面が，水面からの高さ d の位置を通過するときの速さを，a，ρ，ρ_w，g，x_0 を用いて表せ。

v_1として，

単振動におけるエネルギー保存則

$\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}KX^2=$ 一定　より，（X：中心からのずれ）

$0+\frac{1}{2}Kx_0^2=\frac{1}{2}mv_1^2+0$

$v_1=\sqrt{\frac{K}{m}}\cdot x_0=\sqrt{\frac{\rho_w a^2 g}{\rho a^3}}\,x_0=\sqrt{\frac{\rho_w g}{\rho a}}\cdot x_0$ [m/s]

答〔Ｉ〕(1)　重力：$\rho a^3 g$ [N]、浮力：$\rho_w a^2(a-d)g$ [N]　(2)　$d=\left(1-\frac{\rho}{\rho_w}\right)a$ [m]

〔II〕(3)　$x_0=\frac{m}{\rho_w a^2}$ [m]　(4)　x_0　または　$\frac{m}{\rho_w a^2}$ [m]　(5)　$2\pi\sqrt{\frac{\rho a}{\rho_w g}}$ [s]　(6)　$x_0\sqrt{\frac{\rho_w g}{\rho a}}$ [m/s]