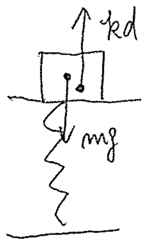
2011. 名古屋大学 前期

(1)



$mg - kd = 0$

$k = \frac{mg}{d}$ //

(2) 運動量保存則より

$2 \times \frac{m}{2} \times \sqrt{2g(h+d)} = (m + \frac{m}{2} + \frac{m}{2}) v'$

$v' = \sqrt{\frac{g(h+d)}{2}}$ //

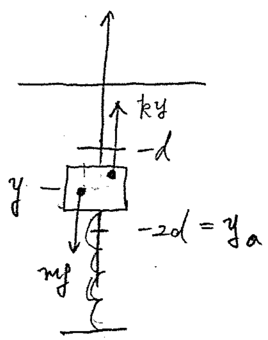
(3) 中心の座標は、力のつり合いより、

$2mg - ky_a = 0$

$y_a = \frac{2mg}{k} = 2d$.

運動方程式は、

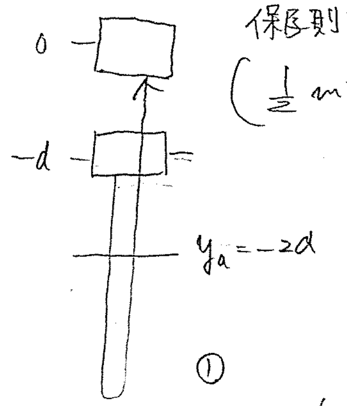
$ma = -2mg - ky$



(4) 単振動について、力学的エネルギー保存則を考えて、

中心からのズレ

$\left(\frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = (一定)\right)$



はじめの、$y=-d$ 点 ---① と、

自然長となる $y=0$ の点 ---②

について、

①　　②

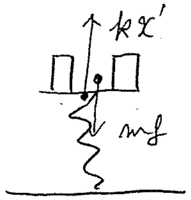
$$\frac{1}{2}\cdot 2m\cdot\Bigg(\underbrace{\sqrt{\frac{g(h+d)}{2}}}_{v'}\Bigg)^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}\cdot 2mV_2^2 + \frac{1}{2}k(2d)^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}g(h+d) = \frac{3}{2}\underbrace{\frac{mg}{d}}_{k}d^2 + \cancel{m}V_2^2$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{g(h+d)-3gd}{2}} = \sqrt{\frac{g(h-2d)}{2}}$$ //

(5) 力のつり合いより、

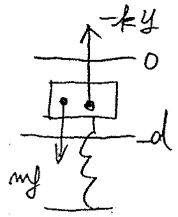
振動中心は、



ばねの縮みを x' として、

$kx' = mg$　$x' = \frac{mg}{k} = d$, よって、

$y_b = -d$ //



運動方程式は、

$ma = -mg - ky$

よって、

$m(-\omega^2(y+d)) = -k(y+d)$

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Leftrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g}}$ //

はじめの振幅Aは、力学的エネルギー保存則より

$$\frac{1}{2}\cdot 2m\left(\sqrt{\frac{g(h+d)}{2}}\right)^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA^2$$

$A^2 = \frac{mg}{k}(h+d) + d^2$

$A = \sqrt{d(h+2d)}$

おもりがとんだ後は、

とんだ直後

$$\frac{1}{2}\cdot m\left[\sqrt{\frac{g(h-2d)}{2}}\right]^2 + \frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}kA'^2$$

$A'^2 = \frac{mg}{2k}(h-2d) + d^2$

$A' = \sqrt{\frac{dh}{2}}$ //

よって、 $A > A'$ で、小さくなる.

3　2011年　名古屋大学　前期日程

図1のように，ばね，円盤，おもり，とめ具からなる装置がある。ばねはフックの法則に従い，ばね定数は k で，鉛直方向に伸縮する。ばねの一端は水平な地面に，他端は水平に保たれた厚さが無視できる硬い円盤の中心に固定されている。円盤の中心に質量 m のおもりが載せられており，小さなとめ具で固定されている。なお，このとめ具は遠隔操作でおもりの固定を外すことができる。

ばねの自然長での円盤の中心を原点Oとし，鉛直上向きに y 軸をとる。また，重力は鉛直下向きに作用し，重力加速度を g とする。ばね，円盤，とめ具は質量を無視できる。以下の設問に答えよ。解答は，答案紙の所定の欄の中に書け。計算欄には，答にいたるまでの過程の**要点**(法則，関係式，論理，計算など)を書け。

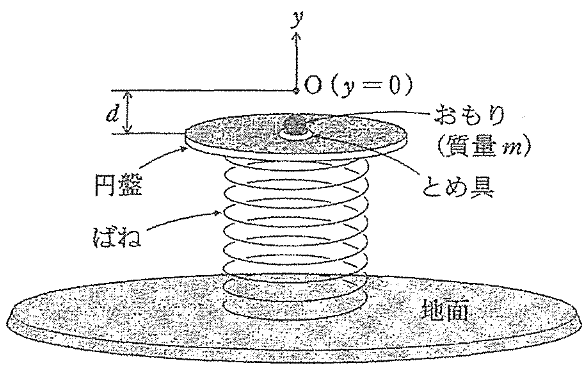


図1

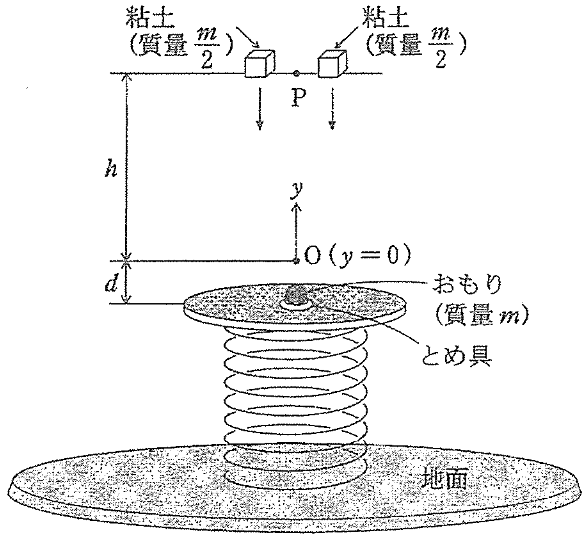


図2

はじめに，円盤はばねが自然長から d だけ縮んだ位置で静止していた。

設問(1)：ばね定数 k を，m，d，g の中から適切なものを用いて表せ。

図2のように，点Oから高さ h だけ上方の点を点Pとする。点Pを含む水平面内の，点Pに対して互いに点対称な関係にある2つの位置から，質量 $\frac{m}{2}$ で大きさが無視できる2つの粘土を同時に静かに放した。粘土は自由落下し，おもりやとめ具と触れることなく円盤と完全非弾性衝突をした。その直後から円盤は，粘土，おもりと一体となったまま，水平を保って単振動をした。空気抵抗は無視できる。

設問(2)：粘土が円盤に衝突した直後の円盤の速さ V_1 を，m，d，g，h の中から適切なものを用いて表せ。

設問(3)：円盤がおもりと2つの粘土と一体となって単振動をしているときの円盤の座標を y，上向きの加速度を a とする。円盤，おもり，粘土を一体とみなして，その運動方程式を，y，a，m，k，g，h の中から適切なものを用いて記せ。また，単振動の中心位置を示す座標 y_a を，m，d，g，h の中から適切なものを用いて表せ。

設問(3)の単振動中に，とめ具を遠隔操作し，ばねが最も縮んだ瞬間におもりの固定を外した。その後，ばねが自然長になったとき，円盤からおもりに作用する上向きの力が0になり，おもりは円盤から離れた。

設問(4)：おもりが円盤から離れた直後のおもりの速さ V_2 を，m，d，g，h の中から適切なものを用いて表せ。

設問(5)：次の文章中の空欄 $\boxed{\text{(a)}}$ ～ $\boxed{\text{(c)}}$ に入る最も適切な語句または数式を答えよ。ただし，数式の場合は，m，d，g，h の中から適切なものを用いること。

おもりが円盤から離れた後，おもりと円盤との再衝突を考えないとすると，円盤は粘土と一体となったまま周期 $T=\boxed{\text{(a)}}$ の単振動を続ける。このとき，単振動の中心位置を示す座標は $y_b=\boxed{\text{(b)}}$ であり，その振幅は，おもりが円盤から離れる前の円盤の単振動の振幅よりも $\boxed{\text{(c)}}$ くなる。

答　設問(1)　$k=\dfrac{mg}{d}$　設問(2)　$V_1=\sqrt{\dfrac{g(h+d)}{2}}$　設問(3)　$2ma=-ky-2mg$，$y_a=-2d$

設問(4)　$V_2=\sqrt{\dfrac{g(h-2d)}{2}}$　設問(5)　(a)　$2\pi\sqrt{\dfrac{d}{g}}$　(b)　$-d$　(c)　小さ