

図1

問1

1 同期後には A, A' は

$$\Delta x = vT = \frac{v}{f_0} \quad (\lambda)$$

問2

A点で音が飛ぶ時刻を t=0 とする。

$$A \rightarrow P \quad t_{AP} = \frac{L}{c}$$

$$A' \rightarrow P \quad t_{A'P} = \frac{1}{f_0} + \frac{L - \Delta x \cos \theta}{c}$$

$$\Delta t = t_{A'P} - t_{AP} = \frac{1}{f_0} - \frac{\Delta x \cos \theta}{c}$$

$$\text{①) } = \frac{1}{f_0} - \frac{v \cos \theta}{f_0 c} = \frac{c - v \cos \theta}{f_0 c}$$

問3

A'A' の間に出来る波の Δt が何枚か。

$$f = \frac{1}{\Delta t} = \frac{c}{c - v \cos \theta} f_0$$

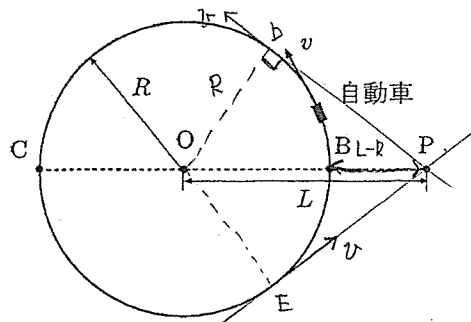


図2

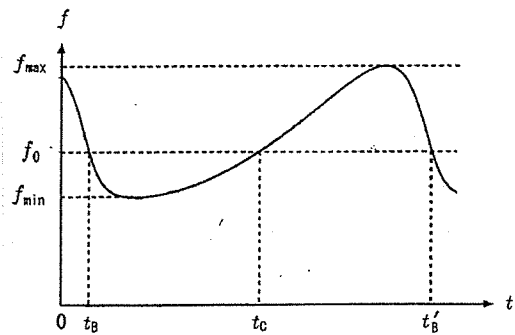


図3

問4.

B点から出る音は、P点に届くまで t_B だけ。

$$t_B = \frac{L-R}{c}$$

t'_B = B点に来るまで、音の時間 + C点から音の飛ぶ時間

$$= \frac{T_0}{2} + \frac{L+R}{c}$$

問5

図2より、D点、E点で観測する

f_min, f_max とおくと θ=0 と

通常のドップラー効果と反対になる

$$D点 \quad f_{min} \text{ は } f_{min} = \frac{c}{c-v} f_0$$

$$E点 \quad f_{max} \text{ は } f_{max} = \frac{c}{c+v} f_0$$

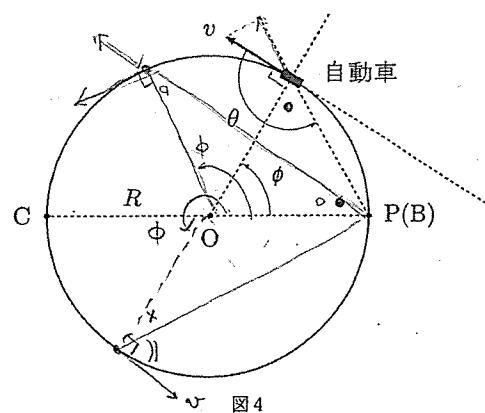


図4

問6.

$$\theta = \frac{\pi}{2} + \left(\frac{\pi - \phi}{2} \right)$$

$$= \pi - \frac{\phi}{2}$$

$$f = \frac{c}{c - v \cos \theta} f_0$$

$$= \frac{c}{c - v \cos(\pi - \frac{\phi}{2})} f_0$$

$$= \frac{c}{c + v \cos \frac{\phi}{2}} f_0 \quad \left(\begin{array}{l} \cos \theta = \cos(\pi - \theta) \\ \cos(\theta - \pi) = -\cos \theta \end{array} \right)$$

B点とE点の対称性から、D点とA点の対称性から

$$t' = \frac{\phi}{2\pi} T_0 + \frac{2R \sin \frac{\phi}{2}}{c}$$

問7. f_max → P点の直前

f_min → P点の直後 (対称)

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2000\pi}{120}$$

$$f_{max} = \frac{340}{340 + \frac{2000\pi}{120}} \times 1000$$

$$= 866 \dots \quad 8.7 \times 10^2 \text{ (Hz)}$$

$$f_{min} = \frac{340}{340 - \frac{2000\pi}{120}} \times 1000$$

$$= 1181 \dots \quad 1.2 \times 10^3 \text{ (Hz)}$$

問8

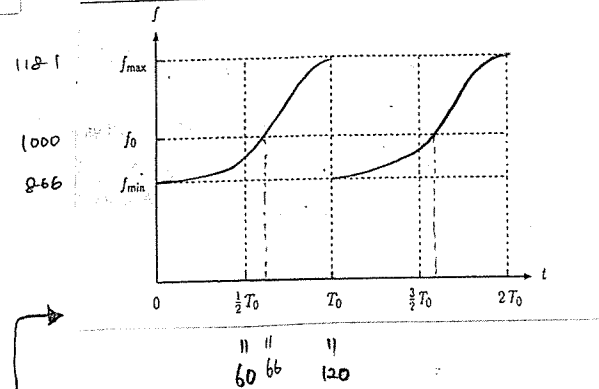
C点を通るとき

c=340, C点P=2000

$$t = 60 + \frac{2000}{340} = 65.8$$

66(s)

問9



音源が運動するときのドップラー効果について考えてみよう。

- I. 振動数 f_0 の音源が、図1の直線 l に沿って、音速 c よりも遅い速さ v で運動している。観測者がいる点 P は直線 l 上の点 A から L の距離にあり、また、点 P は点 A から見て音源の速度の方向と θ の角度をなす方向にある。このとき、点 P にいる観測者が聞く音の振動数 f に対するドップラー効果の式を導いてみよう。求める式は、 $\theta=0$ の場合には、よく知られた公式 $f = \frac{c}{c-v} f_0$ に帰着するはずである。

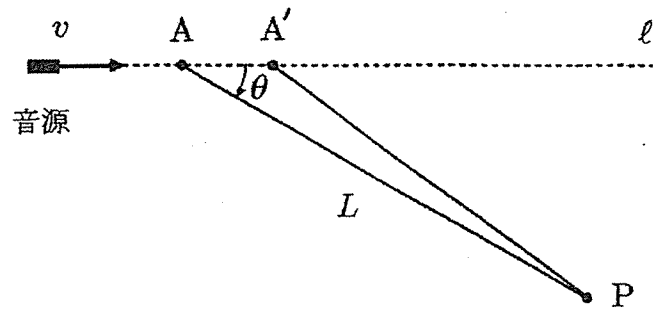


図1

問1 ある瞬間に点 A を通過した音源は、音の振動の1周期後に点 A' を通過した。 A, A' 間の距離 Δx を、 f_0, c, v, L のうち必要なものを用いて表せ。

問2 音源が点 A を通過する瞬間に出す音波と、点 A' を通過する瞬間に出す音波が、点 P に到達する時間の差を Δt とする。この Δt を、 f_0, c, v, L, θ のうちの必要なものを用いて表せ。ただし、距離 L が、 A, A' 間の距離 Δx に比べて十分大きいときには、 A, P 間の距離と A', P 間の距離の差は、近似的に、 $\Delta x \cos \theta$ で与えられることを用いてよい。

問3 問2で求めた時間差 Δt に注意して、点 P の観測者が聞く音の振動数 f を、 f_0, c, v, θ を用いて表せ。

- II. 次に、半径 R の円形のコースを、振動数 f_0 の音を出しながら、自動車は反時計回りに速さ v で等速円運動をしている(図2参照)。自動車がコースを1周する時間は $T_0 = \frac{2\pi R}{v}$ で与えられる。

自動車が出す音を、観測者が、円形コースの中心から $L (> R)$ だけ離れた点 P で聞き、その振動数 f の時間 t に対する変化を、最初に自動車が B 点を通った時刻を $t=0$ としてグラフに描いたところ図3のようになった。この図の中で、 t_B, t_C, t'_B は、自動車がこの順番に、図2の B 点、 C 点、 B 点を通過した瞬間に発した音を点 P で観測した時刻を表す。

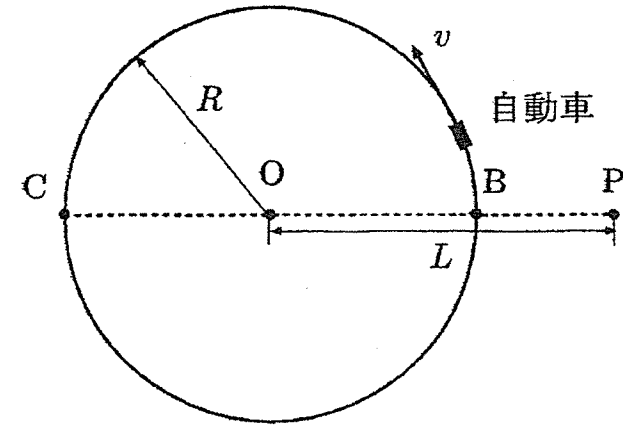


図2

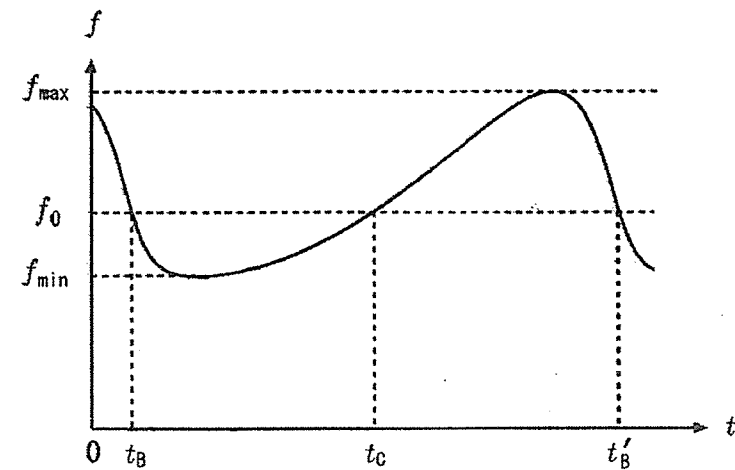


図3

問4 t_B, t_C, t'_B を、 T_0, f_0, c, R, L のうち必要なものを用いて表せ。

問5 点 P で観測される音の最小振動数 f_{\min} 、および、最大振動数 f_{\max} を、 f_0, c, v, R, L のうち必要なものを用いて表せ。

Ⅲ. 次に、 $L=R$ の特別の場合(つまり、観測者が円形コース上にいる場合)を考えてみよう。ただし、観測者による自動車の進路妨害は考えなくてもよい。具体的には、 $L=R=1000\text{ m}$ 、 $c=340\text{ m/s}$ 、 $f_0=1000\text{ Hz}$ 、 $T_0=120\text{ s}$ の場合に、点P(点Bに一致)の観測者が音の振動数の時間変化を観測したとしよう。自動車が点P(点B)を最初に通過する時刻を $t=0$ とする。時刻 t における自動車の位置は、 $\phi = \frac{2\pi}{T_0}t$ で与えられる角 ϕ (図4参照)で指定されることに注意して、以下の問に答えよ。

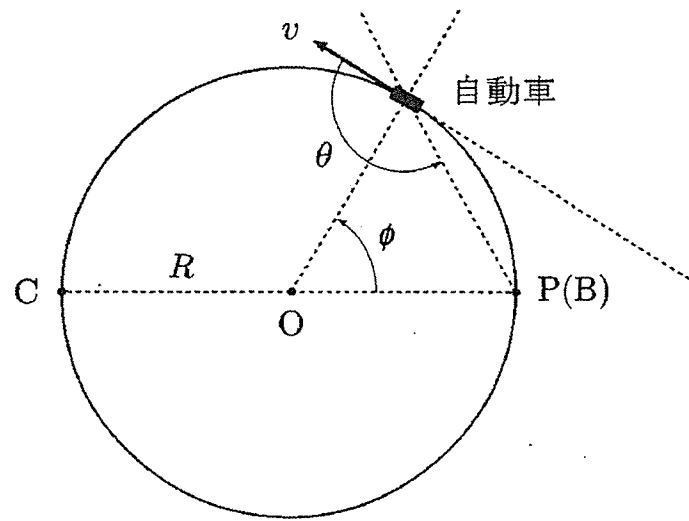


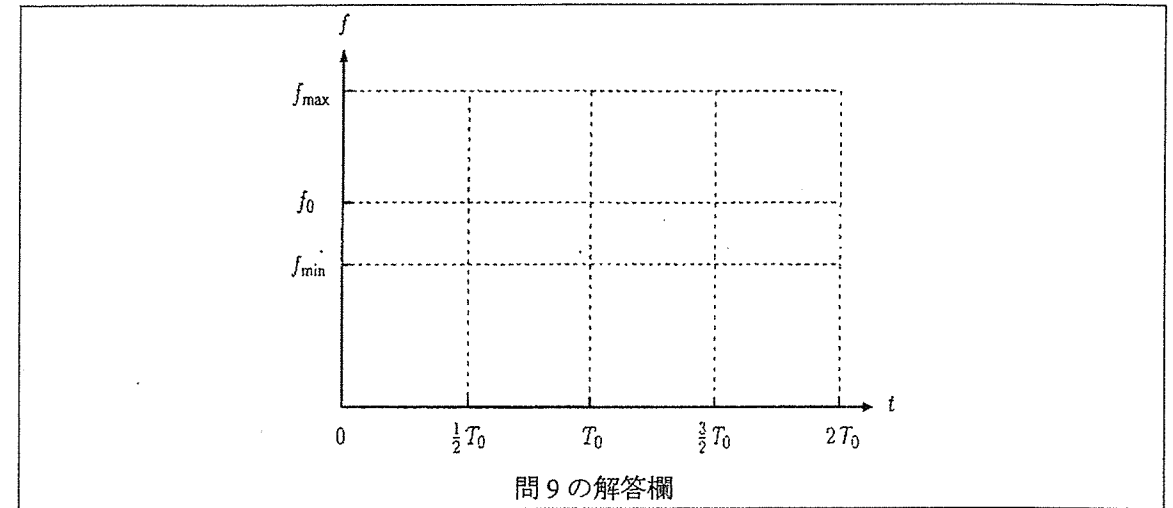
図4

問6 時刻 t に自動車が出した音を点Pで観測したときの振動数を f とする。 f を、角度 ϕ と、 R 、 c 、 v 、 f_0 のうちの必要なものを用いて表せ。また、その音が点Pに到達する時刻 t' を、 R 、 c 、 T_0 、 ϕ のうち必要なものを用いて表せ。

問7 点Pで観測する音の最小振動数 f_{\min} と、最大振動数 f_{\max} を、有効数字2桁で求めよ。

問8 観測する音の振動数が、 $t > 0$ で初めて f_0 になる時刻 t を、有効数字2桁で求めよ。

問9 点P(点B)で観測する音の振動数の時間変化を表すグラフの概略を、 $0 < t < 2T_0$ の区間にわたって、解答欄の所定の箇所に描け。



答 I. 問1 $\Delta x = \frac{v}{f_0}$ 問2 $\Delta t = \frac{1}{f_0} \cdot \frac{c - v \cos \theta}{c}$ 問3 $f = \frac{c}{c - v \cos \theta} f_0$

Ⅱ. 問4 $t_B = \frac{L-R}{c}$, $t_C = \frac{T_0}{2} + \frac{L+R}{c}$, $t_B' = T_0 + \frac{L-R}{c}$ 問5 $f_{\min} = \frac{c}{c+v} f_0$, $f_{\max} = \frac{c}{c-v} f_0$

Ⅲ. 問6 $f = \frac{c}{c + v \cos \frac{\phi}{2}} \cdot f_0$, $t' = \frac{\phi}{2\pi} T_0 + \frac{2R \sin \frac{\phi}{2}}{c}$

問7 $f_{\min} = 8.7 \times 10^2 \text{ [Hz]}$, $f_{\max} = 1.2 \times 10^3 \text{ [Hz]}$

問8 $t = 66 \text{ [s]}$ 問9 次図

