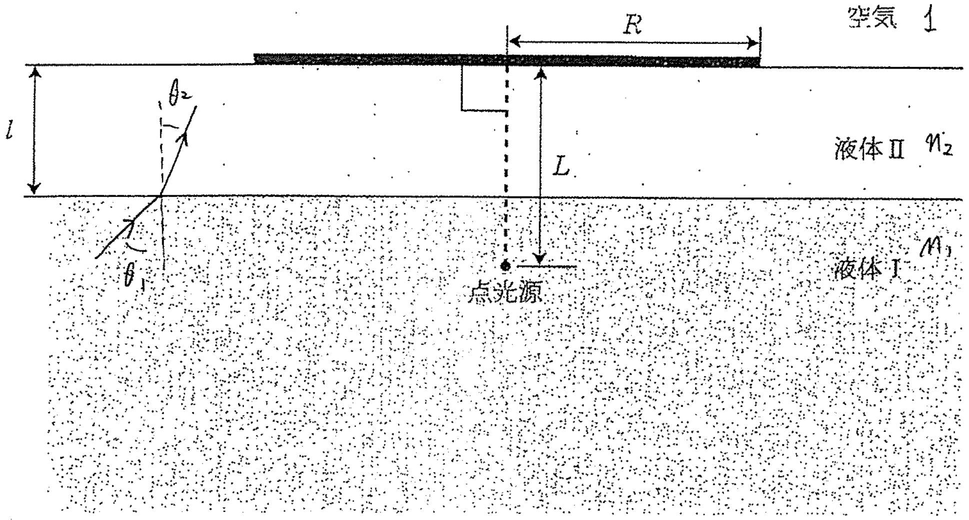
2 2008年　大阪市立大学　前期日程

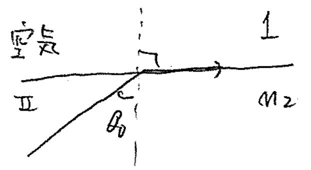
図のように，絶対屈折率が n_1 の液体Ⅰの上に絶対屈折率が n_2 の液体Ⅱが一定の厚さ l[m]の層をなしている。液体Ⅱに，半径 R[m]で厚さの無視できる，光を通さない円板を静かに浮かべた。この円板の中心の真下で，距離 L[m]の液体Ⅰの中に点光源がある。以下の問いに答えよ。ただし，$1<n_1<n_2$ の関係が成り立つとする。



問１　液体Ⅰから液体Ⅱに進む光線の入射角 θ_1 [rad]と屈折角 θ_2 [rad]の間の関係式を示せ。

$$\frac{\sin\theta_2}{\sin\theta_1} = \frac{n_1}{n_2} \iff n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$$

問２　液体Ⅱから空気中に進む光線に対する臨界角 θ_0 [rad]の満たす条件を示せ。ただし，空気の絶対屈折率を１とする。

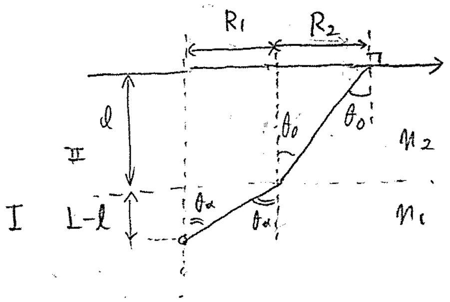


左図のようになるから．

$$\frac{\sin 90^\circ}{\sin\theta_0} = \frac{n_2}{1}$$

$$\sin\theta_0 = \frac{1}{n_2}$$

問３　点光源からの光が，空気中に出ないようにするための最小の R を求めよ。



Ⅰ，Ⅱ界面で，屈折角が θ_0 となるとき入射角を θ_α として．

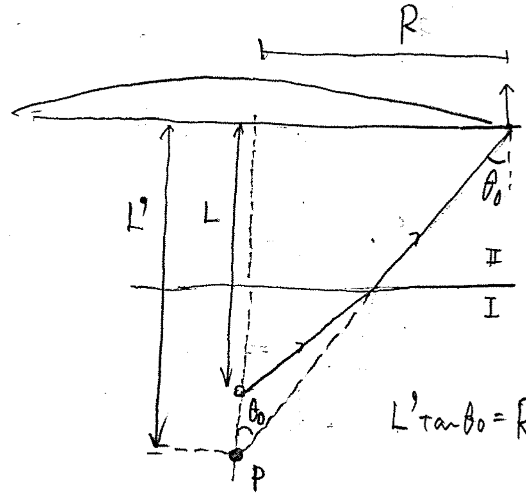
$$\frac{\sin\theta_0}{\sin\theta_\alpha} = \frac{n_1}{n_2} \iff \sin\theta_\alpha = \frac{n_2}{n_1}\sin\theta_0 = \frac{1}{n_1}$$

$\boxed{R_1 について}$

$$\sin\theta_\alpha = \frac{R_1}{\sqrt{(L-l)^2+R_1^2}}$$

$$\frac{1}{n_1^2} = \frac{R_1^2}{(L-l)^2+R_1^2} \iff R_1^2 = \frac{(L-l)^2}{(n_1^2-1)} \quad R_1 = \frac{(L-l)}{\sqrt{n_1^2-1}}$$

問４　円板の代わりに，問３でもとめた半径 R をもつ，厚さの無視できる凸レンズを浮かべた。① すると，点光源からの光が凸レンズを通ったのち，平行光線になった。次に，凸レンズの下の媒質をすべて液体Ⅱとした。② このとき，凸レンズを通った光が平行光線となるために，点光源をどこに移動すれば良いかを答えよ。



実線

①の状況では、左図のように光がすすんでいる。

②では、Ⅰ，Ⅱの界面が存在しなくなるので，①同様に Ⅱと空気の界面に θ_0 で入射する為には，点Pに光源があればよく，その深さを L' として

$$L'\tan\theta_0 = R \iff L' = \frac{R}{\tan\theta_0} = \frac{l}{R_2}R$$

$$= \sqrt{n_2^2-1}\left(\frac{L-l}{\sqrt{n_1^2-1}} + \frac{l}{\sqrt{n_2^2-1}}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{n_2^2-1}}{\sqrt{n_1^2-1}}(L-l) + l$$

$\boxed{R_2 について}$

$$\sin\theta_0 = \frac{R_2}{\sqrt{l^2+R_2^2}} \iff \frac{1}{n_2^2} = \frac{R_2^2}{l^2+R_2^2} \iff R_2^2 = \frac{l^2}{n_2^2-1} \iff R_2 = \frac{l}{\sqrt{n_2^2-1}}$$

$R = R_1 + R_2$ より，

$$R = \frac{L-l}{\sqrt{n_1^2-1}} + \frac{l}{\sqrt{n_2^2-1}}$$

答　問１　$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2$　問２　$\sin\theta_0 = \frac{1}{n_2}$　問３　$\frac{1}{\sqrt{n_1^2-1}}(L-l) + \frac{1}{\sqrt{n_2^2-1}}l$

問４　$\cancel{(L-l) + \frac{\sqrt{n_1^2-1}}{\sqrt{n_2^2-1}}l}$　　$\frac{\sqrt{n_2^2-1}}{\sqrt{n_1^2-1}}(L-l) + l$

$R \overset{かける}{\times} \sqrt{n_1^2-1}$ のミス。　　正しくは