2 2010年　福井大学　前期日程

図3に示すヤングの干渉実験を考える。厚さが無視できる平板に，間隔d[m]の2つのスリットS_1，S_2があり，平板から距離L[m]のところに，平板に平行にスクリーンが置かれている。スリットS_1，S_2の中点を点Cとし，点Cを通り平板に垂直な直線がスクリーンと交わる点を点Oとする。スクリーン上で点Oを原点とし，図3に示す向きにy軸をとる。また，スリットの間隔d,および以下の問いで考慮する領域でのy座標[m]の絶対値は，距離Lに比べて十分小さい，すなわち$d << L$および$|y| << L$とする。

最初，波長λ [m]の平面波の単色光が平板の左側から，進行方向が平板に対して垂直になるように，スリットS_1，S_2に向かって進んでいる。このとき2つのスリットを通って回折した光の干渉によってスクリーン上に現れる干渉じまを観察する。次の問1と問2に答えよ。

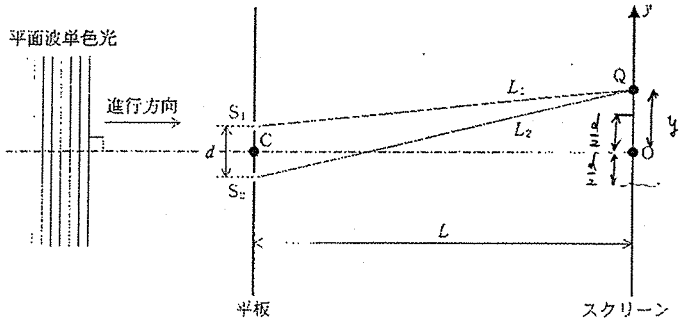


図3

問1　スリットS_1で回折した光とスリットS_2で回折した光がともにスクリーンのy軸上の点Qに達するとき，両者の間に生ずる経路差ΔL [m]は，スリットS_1と点Qとの間の距離をL_1 [m]，スリットS_2と点Qとの間の距離をL_2 [m]とすると，$\Delta L = L_2 - L_1$で与えられる。経路差ΔLは，点Qのy座標を用いて，$\Delta L = \dfrac{yd}{L}$で与えられることを示せ。必要であれば，実数aの絶対値$|a|<<1$であるときに成り立つ近似式$\sqrt{1+a} \fallingdotseq 1+\dfrac{1}{2}a$を用いよ。

$$L_1 = \sqrt{L^2+\left(y-\frac{d}{2}\right)^2} = L\left(1+\left(\frac{y-\frac{d}{2}}{L}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \fallingdotseq L\left(1+\frac{1}{2L^2}\left(y^2-dy+\frac{d^2}{4}\right)\right)$$

$$L_2 = \sqrt{L^2+\left(y+\frac{d}{2}\right)^2} = L\left(1+\left(\frac{y+\frac{d}{2}}{L}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}} \fallingdotseq L\left(1+\frac{1}{2L^2}\left(y^2+dy+\frac{d^2}{4}\right)\right)$$

$$\Delta L = L_2 - L_1 = \frac{L\cdot dy}{2L^2} - \left(-\frac{Ldy}{2L^2}\right) = \frac{dy}{L}$$

問2　mを整数として，スクリーン上で光が強め合って明るくなる明線のy座標と，光が弱め合って暗くなる暗線のy座標を，それぞれd，L，m，λを用いて表せ。

明　$\dfrac{dy}{L} = m\lambda$　　$y = \dfrac{mL\lambda}{d}$

暗　$\dfrac{dy}{L} = \left(m+\dfrac{1}{2}\right)\lambda$　　$y = \dfrac{(m+\frac{1}{2})L\lambda}{d}$

次に，図4のように，平面波単色光の進行方向を，紙面に垂直な軸のまわりに，わずかな角度θ [rad]だけゆっくりと回転したところ，スクリーン上の明線や暗線の位置が，回転する前の位置からΔy [m]だけ移動した。このとき，はじめ明線が観測されていた点Oを暗線が5回通過し，最後にまた点Oに明線が観測されるようになった。次の問3〜問5に答えよ。

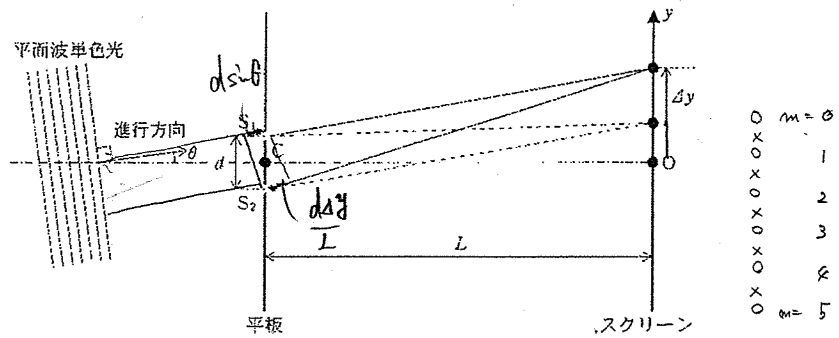


図4

問3　ΔyをθとLを用いて表せ。

中央の点（m=0の点）がΔyだけずれることを考えると、

$$d\sin\theta = d\frac{\Delta y}{L} \iff \Delta y = L\sin\theta \quad —①$$

問4　$\sin\theta$をdとλを用いて表せ。

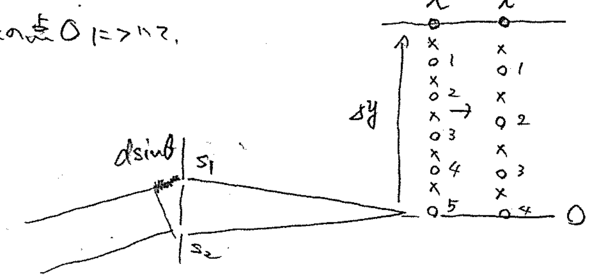
明線の間隔の5倍だけ(Δy)ずれているので.

$$\Delta y = 5\times(y_{m+1}-y_m) = 5\times\left(\frac{(m+1)L\lambda}{d} - \frac{mL\lambda}{d}\right) = \frac{5L\lambda}{d} \quad —②$$

①②より，$L\sin\theta = \dfrac{5L\lambda}{d} \iff \sin\theta = \dfrac{5\lambda}{d}$ —③

問5　平面波単色光の進行方向を角度θだけ回転し終わったのち，平面波単色光の波長をλからゆっくり$\lambda+\Delta\lambda$ [m]に増加させた。すると点Oでは一度暗くなったあと，ふたたび明線が観測された。波長の変化量$\Delta\lambda$(ただし$\Delta\lambda > 0$)を，λを用いて表せ。

明線間隔　$y_{m+1} - y_m$は，$\dfrac{L\lambda}{d}$であり，$\lambda \to$(大)で，大きくなる。よって，このとき，Oには4次（はじめ5次）の明線が並んでいるはずであるから　このとき，中央の点Oについて，



光路差

$$d\sin\theta = 4\underbrace{(\lambda+\Delta\lambda)}_{\lambda'}$$

③より，$\sin\theta = \dfrac{5\lambda}{d}$

$$5\lambda = 4\lambda + 4\Delta\lambda$$

$$\Delta\lambda = \frac{1}{4}\lambda$$

答　問1 略　問2 明：$y=\dfrac{mL\lambda}{d}$、暗：$y=\dfrac{(m+\frac{1}{2})L\lambda}{d}$　問3 $\Delta y = L\sin\theta$　問4 $\sin\theta = \dfrac{5\lambda}{d}$　問5 $\dfrac{1}{4}\lambda$