１４－１ 図１のような半径 r の変形しない球形容器の中に，1mol の単原子分子からなる理想気体が入っている。気体分子は容器の内壁と弾性衝突を行い，気体分子どうしの衝突は無視できるものとする。また，容器の内壁はなめらかであり，気体分子に対する重力の影響は無視できるものとする。弾性衝突する各気体分子は球の中心を含むそれぞれの平面内を，図２のように運動する。以下，球形容器の中の気体分子の圧力，温度ならびに内部エネルギーを考える。アボガドロ数を N_A，気体定数を R とする。円周率を π とする。

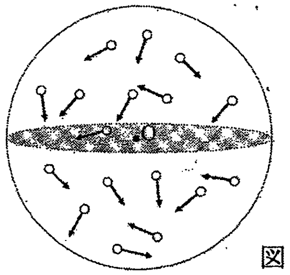


図１

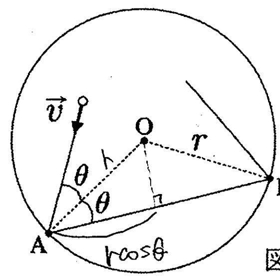


図2

図より.

[1] 図２のように，質量 m の１個の分子が速度 $\vec{v}$ (大きさ v)で，内壁上の点 A において，球の中心 O と結ばれた線分 OA と θ の角をなして衝突する。その後，内壁上の点 B で２回目の衝突をした後，同様の衝突を繰り返すとする。以下の設問(1)～(4)に答えよ。なお，r, m, v, θ の中から必要な記号を用いて解答せよ。

(1) 点 A での衝突で，分子が内壁に与える力積の大きさを求めよ。

(2) １回目と２回目の衝突の間に分子が移動した距離を求めよ。

(3) 単位時間あたりにこの分子が衝突する回数を求めよ。

(4) 球形容器の内壁がこの１個の分子から単位時間あたりに受ける力積の大きさを求めよ。

[2] 次に 1mol の分子の場合を考える。すべての分子についても図１のような球形容器との衝突を考えればよい。しかし，実際には，速度 $\vec{v}$ の大きさや向きは分子によって異なるので，1mol の分子について考えるときは，v^2 を平均値 $\overline{v^2}$ で置き換える必要がある。以下の設問(5)～(7)に答えよ。

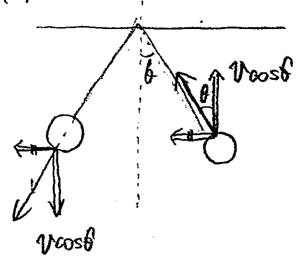
(5) 設問(4)で与えられた単位時間あたりの力積をすべての分子について足し合わせたものは，内壁が受ける力の大きさの総和になる。これを球形容器の内壁の面積で割ることで圧力 p が求められる。圧力 p を r, m, N_A, $\overline{v^2}$, π の中から必要な記号を用いて求めよ。

(6) 理想気体の状態方程式を用いることにより，気体分子１個あたりの平均運動エネルギー $\frac{1}{2}m\overline{v^2}$ を絶対温度 T を含んだ式で表せ。r, N_A, R, T, π の中から必要な記号を用いて解答せよ。

(7) 球形容器中の理想気体の内部エネルギー U を求めよ。r, N_A, R, T, π の中から必要な記号を用いて解答せよ。

(2015 年 九州工業大)

(1)



力積は、運動量変化に等しく、

$I = \Delta(mv)$

$= mv\cos\theta - m(-v\cos\theta)$

$= \underline{2mv\cos\theta}$ —①

(2)

$r\cos\theta \times 2$

$\underline{2r\cos\theta}$

(3)

次の衝突に要する時間を T とすると、$T = \dfrac{2r\cos\theta}{v}$

単位時間あたりの

$n = \dfrac{1}{T} = \dfrac{v}{2r\cos\theta}$ —②

(4)

①、②より

$2mv\cos\theta \times \dfrac{v}{2r\cos\theta}$

$= \underline{\dfrac{mv^2}{r}}$

(5) 単位時間あたりの力の和は、

粒子数 × その平均値 であり、

$F = N_A \times \dfrac{m\overline{v^2}}{r}$
(1mol)

圧力は、

$p = \dfrac{F}{S} = \dfrac{F}{4\pi r^2} = \underline{\dfrac{N_A m\overline{v^2}}{4\pi r^3}}$

(6)

$\underline{\dfrac{N_A m\overline{v^2}}{4\pi r^3}}_{p} \times \underline{\dfrac{4}{3}\pi r^3}_{V} = \underline{1}_{n}\cdot R\cdot T$

$\dfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \dfrac{3RT}{2N_A}$

(7) 個数 × 1コあたりの平均運動エネルギー

今は、全運動エネルギー $U = N_A \times \dfrac{1}{2}m\overline{v^2}$ であるから、

$= N_A \times \dfrac{3RT}{2N_A} = \underline{\dfrac{3}{2}RT}$

[1] (1) $2mv\cos\theta$ (2) $2r\cos\theta$ (3) $\dfrac{v}{2r\cos\theta}$

(4) $\dfrac{mv^2}{r}$

[2] (5) $p = \dfrac{N_A m\overline{v^2}}{4\pi r^3}$ (6) $\dfrac{1}{2}m\overline{v^2} = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{R}{N_A}T$ (7) $U = \dfrac{3}{2}RT$