1 2014 年　弘前大学　前期日程

図 1 のように，エレベーターの床にばねの一端を固定して垂直が保たれるよう設置し，他端におもりを取り付ける。おもりの質量を m，重力加速度の大きさを g，また，ばねの自然の長さを l_0，ばね定数を k とする。ばねの質量は無視でき，空気抵抗の影響も無視できるとして以下の問いに答えなさい。

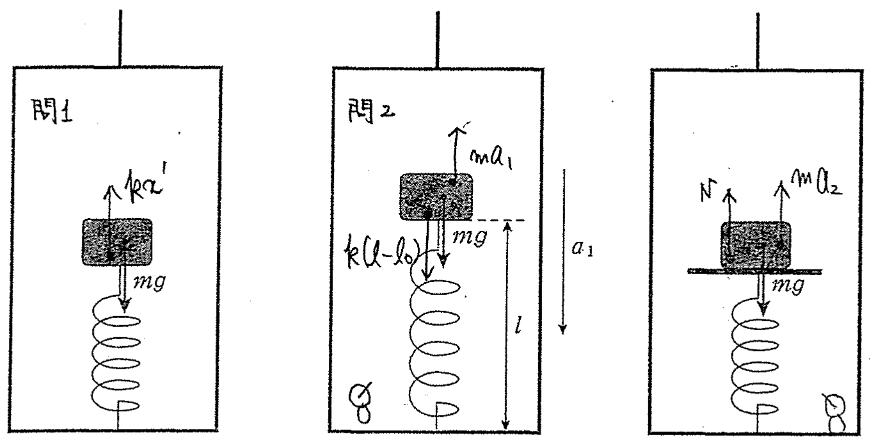


図 1　　図 2　　図 3

問 1　静止しているエレベーターの中で，おもりを床に触れない状態で静止させた。そのときのばねの長さを求めなさい。

ばねのちぢみを x' として，長さを l' とする。

$$kx' = mg \qquad x' = \frac{mg}{k} \qquad l' = l_0 - x' = l_0 - \frac{mg}{k}$$

問 2　次に，静止していたエレベーターを，図 2 のように鉛直下向きに一定の大きさ a_1 の加速度である時間だけ加速させた。エレベーターが加速され始めるまでおもりは静止していたとする。

(1)　加速されている間，エレベーターとともに動く観測者には，おもりに対して慣性力がはたらくように見える。ばねの長さが l のときに，エレベーター内部の観測者から見たおもりにはたらく合力を，鉛直上向きを正として答えなさい。

$$ma_1 - mg - k(l - l_0) \quad \text{—①}$$

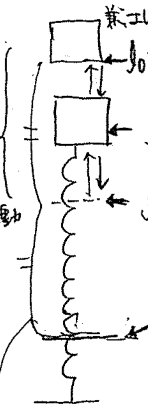
(2)　加速されている間，おもりはエレベーターに対し相対的に，つり合いの位置を中心とした単振動をする。中心となる位置でのばねの長さを求めなさい。

① $ma_1 - mg - k(l_1 - l_0) = 0$

$$l_1 - l_0 = \frac{m}{k}(a_1 - g) \Leftrightarrow l_1 = l_0 - \frac{m}{k}(g - a_1)$$

折り返し点(3)　ばねが最も伸びた瞬間にエレベーターの加速を終え，そのときの速度を保って下降させ続けた。この後おもりが床に触れることがないようにするための，最初の加速度の大きさ a_1 の条件式を求めなさい。ただし，おもりが床に触れるのはばねの長さが 0 になったときとする。

新エレベーターが等速になると



$l_0 - \frac{mg}{k} + \frac{2ma}{k}$

$l_0 - \frac{mg}{k} + \frac{ma}{k}$ うごいているときの中心

エレベータ加速動作中はここで単振動

$l_0 - \frac{mg}{k}$ うごくまえのつり合いの点

$l_0 - \frac{mg}{k} - \frac{2ma}{k}$

等速になれば，この範囲で単振動

$$l_0 - \frac{mg}{k} - \frac{2ma_1}{k} > 0$$

$$a_1 < \frac{k}{2m} \cdot l_0 - \frac{1}{2} g$$

問 3　次に，再びエレベーターを静止させ，ばねからおもりを取り外し，図 3 のように厚さと質量の無視できる板を水平に取り付け，その上におもりをのせて静止させた。そして，エレベーターを鉛直下向きに一定の大きさ a_2 の加速度で加速させた。おもりが板と接しているときに板から受ける垂直抗力の大きさを N，また，エレベーター内部の観測者から見た，鉛直上向きが正となるおもりの加速度を a とする。

(1)　おもりが板と接しているときの，おもりの鉛直方向の運動方程式を書きなさい。

$$ma = N + ma_2 - mg \quad \text{—②}$$

(2)　この後おもりが板から離れることなく一体となって運動し続けるための，エレベーターの加速度の大きさ a_2 の条件式を求めなさい。

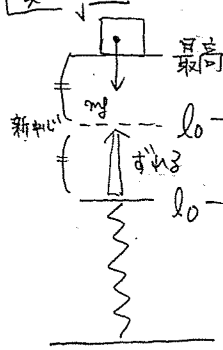
②より

$$N = ma + mg - ma_2 > 0 \text{ より}$$

for, 3-2 授業では，エレベータ内でみている故の慣性力 ma_2 を考えていませんでした。

又，ばねは，物体に接していないので，運動方程式でとくより，変位と加速度の関係を用いた方がスムーズ

加速度が，負の向きで最大



最高点 $l_0 - \frac{mg}{k} + \frac{2ma_2}{k}$

新中心 $l_0 - \frac{mg}{k} + \frac{ma_2}{k}$

ずれる

$l_0 - \frac{mg}{k}$ もともとのつり合い点

最高点での加速度 a_{min} として，

$$\boxed{a_{min} = -\omega^2 x}$$

$$= -\underbrace{\left(\frac{k}{m}\right)}_{\omega^2} \times \underbrace{\frac{ma_2}{k}}_{x \text{ 中心から}}$$

$$= -a_2$$

$$a_2 < a + g$$

これが最小となるのが，条件！

$$a_2 < a + g \leq \underbrace{a_{min}}_{= -a_2} + g$$

$$a_2 < -a_2 + g$$

$$a_2 < \frac{g}{2}$$

答　問 1　$l_0 - \frac{mg}{k}$　問 2(1)　$-k(l - l_0) + ma_1 - mg$　(2)　$l_0 - \frac{m}{k}(g - a_1)$　(3)　$a_1 < \frac{1}{2}\left(\frac{kl_0}{m} - g\right)$

問 3(1)　$ma = N + ma_2 - mg$　(2)　$a_2 < \frac{g}{2}$