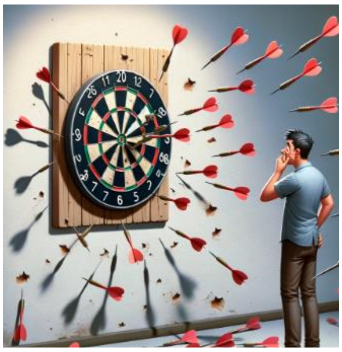
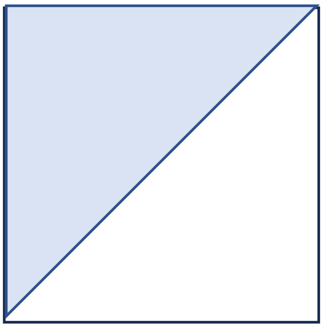
# モンテカルロシミュレーションによる面積の推定



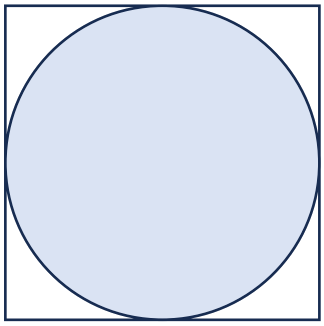
【問 1】

一辺が 1m の正方形状の壁がある。いま、この壁に向かって極めて適当に石を投げる。石はすべて正方形内にあたった。このとき、

(1)石を 100 個投げた時、図に示す短い辺が 1m の直角二等辺三角形にはおよそ何個の石が当たるか。



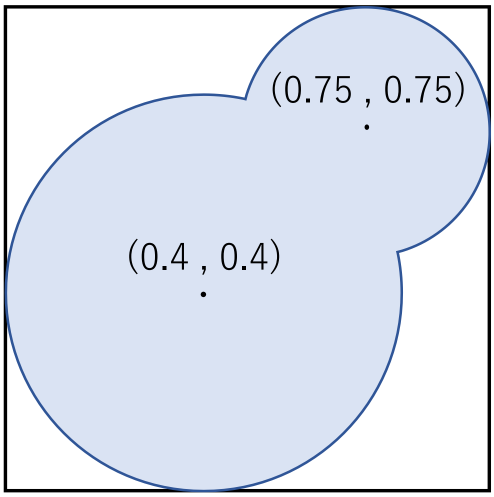
(2)石を 100 個投げた時、図に示す半径が 0.5m の円形の的の内側にはおよそ何個の石が当たるか。（円周率を、3.14 として計算してください。）



【問２】

右の図のように、１辺が１ｍの正方形に、左下の角を原点として中心が(0.4,0.4)にある半径が 0.4m の円と、中心が(0.75,0.75)で半径が 0.25m の円が重なって存在しているユキダルマ状の部分がある。

Q. これを的あてととらえたとき、1000 個の石を投げると、
いくつが「あたり」となるか。
Q. ２つの円の内側（塗りつぶされている部分）の面積はいくらか。



## 【プログラミングの準備】Python によるグラフの描画

重要な魔法の言葉　　　グラフ描画のためのライブラリを読み込む慣用句

```
import␣matplotlib.pyplot␣as␣plt
```

Python において、グラフの描画は、しばしば matplotlib の pyplot というライブラリを用いて読み込みます。慣例として、そのライブラリを、plt と名付けて(下線部 as plt)読み込み、例えば
matplotlib.pyplot.plot(a)　と命令する代わりに、plt.plot(a)　と省略できるようにします。

【問３】次のプログラム①をまずは眺めてみましょう。

```
import random
import matplotlib.pyplot as plt
#
for i in range(0,21,1):
    x = random.random()
    y = random.random()
    print(i,"回目",x,y)
    #
    #
    plt.scatter(x,y,color='blue')#データ点を青色でプロットする。
    plt.text(x,y+0.025,i)#データ点のちょっと上にラベルをつける。
#
plt.show()#作ったグラフを表示する。
```

(1)このプログラミングを実行したときに、どのようなグラフが表示されるかを想像してみましょう。
(2)実際プログラムを実行して試してみましょう。

年　　　組　　　番　氏名

【問１】(2)0.785　【問４】(2)4P　【問５】見た目的に 0.5～1.0 の間の値が出れば成功。

(3)さらに、#の部分に次のように追記しプログラム②を作成し、実行してみましょう。

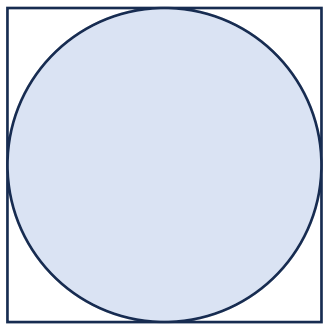
```
1   import random
2   import matplotlib.pyplot as plt
3   count = 0
4   for i in range(0,101,1):
5       x = random.random()
6       y = random.random()
7       print(i,"回目",x,y)
8       if x < y:
9           count = count + 1
10          plt.scatter(x,y,color='blue') #データ点を青色でプロットする。
11      else:
12          plt.scatter(x,y,color='red') #データ点を赤色でプロットする。
13  plt.show()#作ったグラフを表示する。
14  print("P=",count,"/",i,"=",count/i)
```

(4)【問 1】の(2)を確認できるように、プログラムを書き換えましょう。

ヒント：的となっている円は、中心(0.5,0.5)半径 0.5m の円と考えることができる。

なお、Python で 2 乗は(x − 0.5)** 2 という具合に *を 2 つ重ねて表します。

面積がわかる　　→　　確率がわかる



【問 4】

(1) 問 1 の(2)において、円周率が未知であった（3.14 を使えない、円周率からの面積計算ができない）とすると、円の面積はいくらと推定されるか。

ヒント：【問 3】(4)のシミュレーションの実行結果の値を使う。

(2) 石が的に当たる確率を P とする。円周率 $\pi$ を P を用いて表しなさい。

**(3) 10000 回の試行を行い、円周率 $\pi$ の値をシミュレーションで求めなさい。**

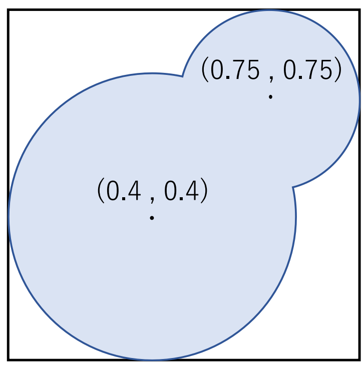
※グラフ描画の部分（plt で始まる部分を#でコメントアウトすると、プログラムの実行は早くなります。）

$\pi =$

【問 5 最終課題】　問 2 のユキダルマ状の部分の面積を推定しなさい。

ヒント：プログラムの 8 行目を修正する。or をつかって、条件 2 つを連結。

面積 $S =$



## 発展：関数の定積分値

【問６】問３の(3)のプログラムの、8 行目の条件部分を、以下のように変更した場合、あたりとなる確率はいくらになるか。

(1) `if x ** 2 < y:`

(2) `if x ** 3 < y:`

つまり、今回学習した方法を応用する（少しプログラムを改造する）と、定義域が 0≦x≦1 に対して値域が 0≦y≦1 の範囲よりも小さくなる(例えば 0.1≦y≦0.5 などにおさまる)任意の関数 y(x)について、その積分値$\int_0^1 y(x)dx$を推定することができる。

【問 7】

(1) y = 0.4 x + 0.2 について、モンテカルロシミュレーションを行うことで$\int_0^1 y(x)dx$を推定せよ。

10000 回のシミュレーションを行ったとき、誤差はどれくらいか。

(2) $y = 0.4x^3 + 0.4x + 0.2$ について、モンテカルロシミュレーションを行うことで$\int_0^1 y(x)dx$を推定せよ。

10000 回のシミュレーションを行ったとき、誤差はどれくらいか。